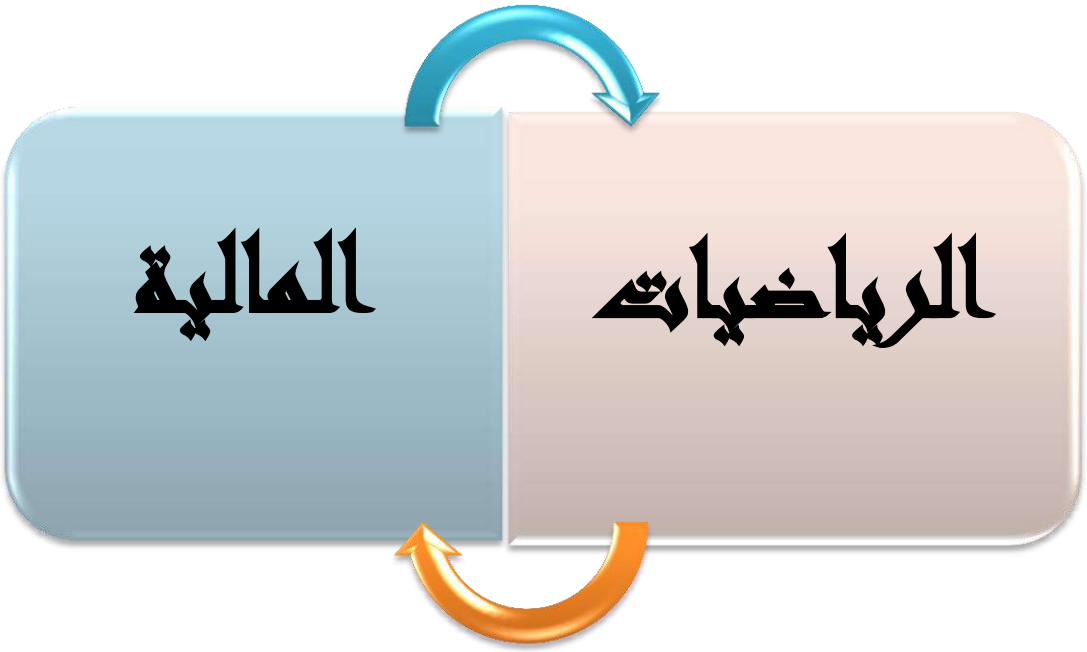
وزارة التربية
المديرية العامة للتعليم المهني



تجاري / المحاسبة والإدارة

الثاني

اسماء المؤلفون

د. محمد علي موسى
د. عبدالسلام لفته سعيد
علاء الدين مهدي علي
اياد كاظم عبد
مريم بشت راضي

الطبعة الرابعة
1447هـ - 2025م

المقدمة

يعد موضوع الفوائد التي تمنحها المصارف على الودائع، أو التي تحصل عليها من خلال القروض، من أهم القضايا التي تحتاج إلى مزيد من الدراسة والتحليل، ولعل أهمية تلك القضية مستمدة أساسا من حيوية الدور الذي تقوم به المصارف في تجميع المدخرات التي تتطلبها احتياجات التنمية اللازمة، للقضاء على التخلف الاقتصادي، ومما يزيد هذه القضية أهمية، هو التزايد المتسارع في الأعداد من الناس الذين يتعاملون مع المصارف مع الوقت الحاضر، وقد أصبحت قضية الفائدة من أكثر القضايا المعاصرة تعقيدا في علم الاقتصاد، إذ يترتب على حلها نتائج على جانب كبير من الأهمية بالنسبة للنشاط الاقتصادي .

ولقد أصبح من الضروري أن يتوفر لدى المهتمين بالنواحي الاستثمارية في سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذي يحصل عليه المستثمر، نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة. فاذا أودع شخص مبلغا من المال في أحد المصارف لمدة معينة وبمعدل فائدة معينة، فانه يحصل من المصرف في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه بالاضافة الى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى المصرف. وبالمقابل فاذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد المصارف لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه، فأنه سوف يدفع الى المصرف في نهاية مدة القرض، المبلغ الذي اقترضه، فضلا عن مبلغ الفائدة المستحق عليه من اقتراض هذا المبلغ.

ويتناول هذا الكتاب بالشرح المبسط، كيفية استخدام الأدوات والأساليب الرياضية المناسبة لحساب العائد على الاستثمار، سواء كان ذلك الاستثمار في الأجل القصير او الأجل الطويل، مدعوما بالأمثلة المتنوعة، التي تجعل من هذا الكتاب دليلا للطالب للتعرف على أصول الرياضيات المالية وتعلمها. كما حرصنا، ومن خلال ذلك، على

تقديم مادة علمية تتناسب والتحصيل الدراسي لطلبتنا الأعزاء في اعداديات التجارة، مراعين في الوقت نفسه البساطة والسهولة في عرض المادة واستخدام الأمثلة المحلولة، والتطبيقات المختلفة في كل فصل من فصول الكتاب، فضلا عن الأسئلة الموجودة في نهاية كل فصل من فصول الكتاب. كما تمت الاشارة الى الأهداف التي نطمح اليها من تعلم كل فصل من فصول الكتاب لبيان رؤية واضحة للطالب وتعزيز الجانب العلمي لديه وبما يتناسب والأهداف الموضوعة من قبل المديرية العامة للتعليم المهني، من جودة ونوعية المناهج الدراسية التي اعتمدتها، وفق خطتها الدراسية الجديدة، والتي تضمنت استحداث قسمي المحاسبة والادارة في الفرع التجاري، مما يجعل الطالب قادرا على استيعاب المواد العلمية عند دراسته الجامعية، او الاستفادة مما تعلمه في سوق العمل.

ويتضمن هذا الكتاب تسعة فصول، تم التركيز في الفصل الأول منها على دراسة الفائدة البسيطة، بينما تم التطرق الى أساسيات الطريقة المختصرة وطريقة الرصيد الشهري الأدنى في الفصل الثاني، في حين طرق الفصل الثالث والرابع الى موضوع الدفعات الدورية المتساوية، وتسديد القروض قصيرة الأجل على التوالي، أما موضوع خصم الديون وقطع الأوراق التجارية فقد تم تناوله في الفصل الخامس. ولقد تم التعرض الى مواضيع الفائدة المركبة، وبالتحديد استخراج الجملة بالفائدة المركبة، وحساب القيمة الحالية بالفائدة المركبة، فضلا عن جملة الدفعات الدورية المتساوية بفائدة مركبة في الفصل السادس والسابع والثامن على التوالي، أما حساب القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساوية، فقد كان موضوع الفصل التاسع والأخير. نأمل أن نكون قد وفقنا في تقديم هذا الكتاب ليكون مرجعا علميا للمدرس والطالب على السواء، وبما يخدم تطلعاتهم المستقبلية، وان يكون هذا الكتاب مساهمة بسيطة لبناء جيل متعلم ومتسلح بالمعرفة، وبما يخدم شعبنا وعراقنا الجديد.

والله ولي التوفيق.

المؤلفون

2014

الفصل الأول:أساسيات الفائدة البسيطة

أهداف الفصل: تتركز أهداف الفصل بما يأتي:

1- التعرف على مفهوم الفائدة وعناصرها الرئيسة.

2- التعرف على قانون الفائدة البسيطة وقانون استخراج جملة الفائدة.

3- أن يكون الطالب قادرا على استخدام قانوني الفائدة البسيطة وجملة الفائدة في استخراج الفائدة وحساب عناصرها المختلفة.

محاور الفصل: يتضمن الفصل الأول محاور أربعة هي:

أولاً : مفهوم الفائـدة.

ثانيـاً : عناصر الفائـدة.

ثالثـاً : قانون الفائدة البسيطة.

رابعـاً : قانون الجملـة.

أولاً : مفهوم الفائدة المصرفية.

تقوم المصارف التجارية بمجموعة كبيرة من العمليات والخدمات المصرفية أهمها فتح الاعتمادات المستندية بنوعيها التصدير والاستيراد، وإصدار خطابات الضمان، وحفظ الأوراق المالية، وتأجير الخزن الحديدية لمن يرغب، وتقبل الودائع من الأفراد والهيئات بفائدة أو بدون فائدة، وتقوم أيضا بمنح الائتمان " أي تقديم مبالغ نقدية أو كتابية إلى الأفراد ورجال الأعمال وأصحاب المشروعات لأجل قصير لا يتجاوز عادة العام الواحد بشرط أن يقوم بسداد هذه المبالغ مع فوائدها عند الأجل المتفق عليه" ، هذا بالإضافة إلى مجموعة كبيرة من الخدمات المصرفية كشراء وبيع العملات المختلفة وتحويل المبالغ إلى الخارج .. إلخ.

ومن المهم هنا أن نوضح الفرق بين نوعين من الفوائد – المدينة والدائنة – فالفائدة التي تمنحها المصارف لعملائها نظير ودائعهم تسمى فائدة مدينة، أما الفائدة التي تفرضها المصارف على المقترضين فهي فائدة دائنة، وفي الحالة الأخيرة فإن سعر الفائدة يختلف صعودا وهبوطا بناء على عدة اعتبارات تتعلق بالمركز المالي للعميل، ونوعية النشاط الذي يستخدم فيه القرض، وكذلك نوع الضمان المقدم على القرض، وأيضا مدة القرض، ففي القروض طويلة الأجل يكون السعر مرتفع عما إذا كان الأجل قصيرا، مع مراعاة طبيعة الظروف الاقتصادية السائدة وقت القرض، ففي أوقات الرخاء والانتعاش ترفع البنوك سعر الفائدة على القروض درءا لمخاطر التضخم، وعكس ذلك في أوقات الكساد والركود لمعالجة الانكماش، والفائدة في العرف المصرفي هي : " الثمن المدفوع نظير استعمال النقود."

ومن الناحية المصرفية، فان الفائدة هي حق المصرف أو حق الزبون نظير تخلي أحدهما للآخر عن مبلغ معين لفترة محددة. فالمصرف يستحق الفائدة عندما يمنح قروضه أو تسهيلاته الائتمانية الى عملائه لفترة معينة، والزبون يستحق الفائدة من المصرف عند إيداع الأول لدى الثاني لمبلغ معين ولفترة معينة، وبالتالي فان الفائدة وفق هذا المفهوم هي عائد الأموال المستخدمة من قبل الغير.

ثانياً : عناصر الفائدة

ويقصد بعناصر الفائدة، تلك العوامل التي تعتمد في حساب الفائدة، كما انها تؤثر بصورة مباشرة بمقدارها. وهي ثلاثة عناصر:

1- المبلغ:

وهو رأس المال أو المبلغ المودع أو المبلغ المقترض أو المبلغ المستثمر أو أي مبلغ أخر تقع عليه عملية التحويل من الشخص الأول إلى الشخص الثاني، وقد يطلق عليه المبلغ الأصلي وسيرمز له بالرمز (م). وتزداد الفائدة كلما زاد المبلغ وتنخفض كلما انخفض، فاذا كانت فائدة مبلغ قدره 1000 دينار مثلا تساوي 10 دنانير فأن فائدة مبلغا قدره 2000 دينار ستكون 20 ديناراً .

2- الزمن:

وهو يمثل الفترة الزمنية التي يضع الأول (المبلغ) فيها لدى الثاني، أي من تاريخ ابتداء العملية الاستثمارية حتى نهايتها. وهي قد تكون مدة قرض أو مدة ايداع أو مدة استثمار أو غير ذلك. وسنرمز لها بالرمز (ن). وتزداد الفائدة كلما زادت مدة الزمن وتنخفض كلما انخفضت مدة الزمن. فاذا كانت فائدة سنة واحدة تساوى 15 ديناراً فأن فائدة سنتين ستكون 30 ديناراً.

3- سعر الفائدة:

وهو معدل الفائدة الذي يتم الاتفاق عليه بين طرفي عملية الاستثمار والذي يمنحه الثاني إلى الأول نظير منح الأول لمبلغ الاستثمار الى الثاني، ويطلق عليه أيضاً فائدة الوحدة النقدية عن فترة زمنية واحدة. وتزداد الفائدة كلما يزداد سعر الفائدة وتنخفض كلما انخفض سعر الفائدة، فان الفائدة التي نحصل عليها بمعدل فائدة 5 % (100 دينار مثلا)، ستزداد عندما يكون معدل الفائدة 10% وتصبح 200 دينار.

ثالثاً: قانون الفائدة البسيطة.

تبين القاعدة (1) عناصر الفائدة، وكيفية حسابها من خلال قانون الفائدة.

إن الفائدة تنتج عن حاصل ضرب عناصرها الثلاث:

$$ف = م \cdot ن \cdot ع$$

ولأن سعر الفائدة هو نسبة مئوية، فيكون القانون كما يلي:

$$ف = \frac{م \cdot ن \cdot ع}{100}$$

مثـال 1:

أودع السيد حبيب مبلغ 20000 دينار لدي مصرف الرافدين الذي يعتمد سعر فائدة قدره 5 % سنوياً، فما هي الفائدة التي يحققها السيد حبيب بعد سنتين ؟

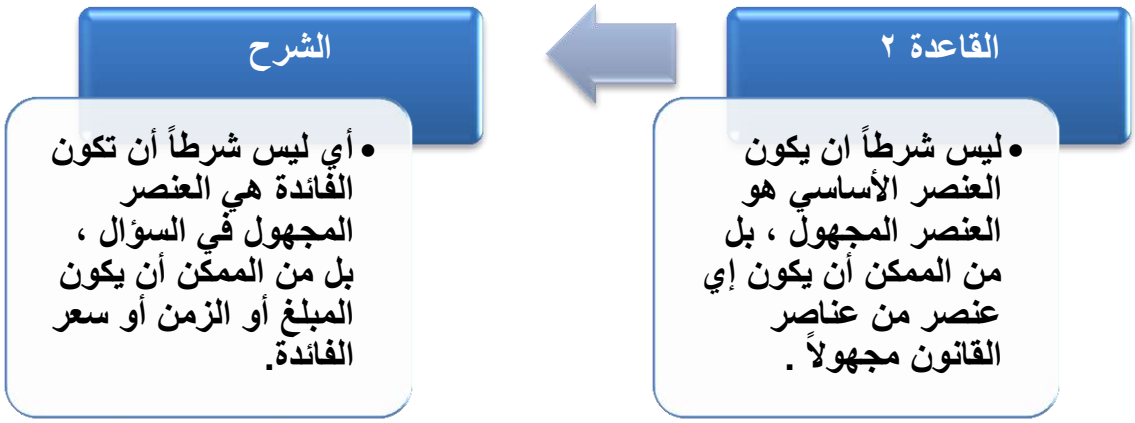
الحـل:

المعطيات:	م = 20000 دينار	ن = 2 سنة	ع = 5 % سنوياً	**ف**= ؟

$$ف = \frac{م \cdot ن \cdot ع}{100}$$

$$ف = \frac{20000 \times 2 \times 5}{100} = 2000 \text{ دينار الفائدة المتحققة}$$

وتبين القاعدة (2) ان بالامكان حساب عناصر الفائدة من خلال قانون الفائدة.



مثـال 2:

ما هو المبلغ الذي يدفعه السيد ناصر الى مصرف الرافدين ليحصل بعد سنتين على فائدة مقدارها 4000 دينار علماً أن مصرف الرافدين يعتمد 5 % سنوياً كسعر للفائدة.

الحـل:

المعطيات:	ن = 2 سنة	ع = 5%= سنوياً	ف = 4000 دينار	م = ؟

$$ف = \frac{م \cdot ن \cdot ع}{100}$$

$$4000 = \frac{م \times 2 \times 5}{100}$$

$$10م = 400000 \Leftarrow م = \frac{400000}{10} = 40000 \text{ دينار}$$

مثـال 3.

بعد كم سنة يحصل السيد جبار على فائدة مقدارها 2400 دينار إذا ما أودع مبلغ 5000 دينار لدي مصرف الرشيد الذي يعتمد فائدة بسعر 6% سنوياً .

الحـل:

المعطيات:	م = 5000 دينار	ع = 6 % سنوياً	ف= 2400 دينار	ن = ؟

$$\frac{\text{م . ن . ع}}{100} = 8$$

$$\frac{240000}{100} = 2400$$

$$30000 \text{ ن} = 240000$$

$$\text{ن} = \frac{240000}{\text{ف}} = 8 \text{ سنوات}$$

مثـال 4.

ما هو سعر الفائدة المعتمد لدي مصرف الرشيد، إذا علمت ان المصرف منح السيد حيدر فائدة مقدارها 1440 دينار ، وذلك بعد سنة ونصف من إيداع مبلغ 12000 دينار ؟

الحل:

المعطيات:	م = 12000 دينار	ف = 1440	ن = 1.5 سنة	ع = ؟

$$\text{ف} = \frac{100}{100}$$

$$\frac{\text{ع} \times 1.5 \times 12000}{100} = 1440$$

$$ع = \frac{100 \times 1440}{12000 \times 1.5} = 8 = \%8$$

ونظراً لان معدل الفائدة عادة مايكون في الفائدة البسيطة بالسنوات، فاذا كان معدل الفائدة بالأشهر، فسوف تقسم المدة على 12 شهر لكي تكون وحدات المدة في جميع القوانين متطابقة وكانت المدة بالسنوات، فهذا تبينه القاعدة الآتية:

القاعدة ٣

- **إذا كانت المدة بالأشهر وليست بالسنوات يتوجب تحويلها الى سنوات بتقسيمها على عدد أشهر السنة.**

وبذلك يصبح قانون حساب الفائدة كما يأتي:

$$ف = \frac{م . ن . ع}{100 \times 12}$$

مثـال 5:

ما هي الفائدة المتحققة للسيدة نور بعد اربعة اشهر من استثمارها مبلغ 3000 دينار بمعدل فائدة 9 % سنوياً ؟

الحـل:

المعطيات:	م = 3000 دينار	ن = 4 اشهر	ع = 9 % سنوياً	**ف= ؟**

$$ف = \frac{م . ن . ع}{100 \times 12}$$

$$ف = \frac{3000 \times 4 \times 9}{100 \times 12} = 90 \text{ دينار}$$

مثـال 6:

ما هو المبلغ الذي يودعه السيد اياد لمدة سنة واربعة اشهر بمعدل فائدة 3% سنويا ليحصل بعد ذلك على فائدة مقدارها 1200 دينار ؟

المعطيات:	ع = 3%	ف = 1200	ن = 1 × 12 + 4 = 16 شهراً	م = ؟

$$\text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times 16000}{12 \times 100}$$

$$1200 = \frac{\text{م} \times 16 \times 3}{12 \times 100}$$

$$48\ \text{م} = 1200 \times 1200$$

$$\text{م} = \frac{1200 \times 1200}{48}$$

م = 30000

مثـال7.

ما هي مدة استثمار مبلغ 16000 دينار بمعدل فائدة 6% سنوياً ليحصل بعدها على فائدة مقدارها 5760 دينار ؟

الحل:

المعطيات:	**م = 16000 دينار**	**ع = 6 % سنوياً**	**ف =5760 دينار**	**ن = ؟**

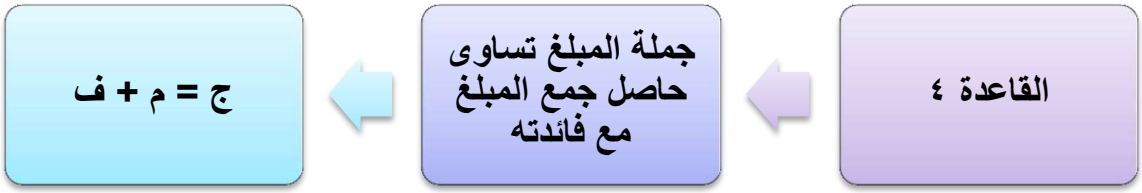
$$\text{ف} = \frac{\text{م} \cdot \text{ن} \cdot \text{ع}}{100}$$

$$5760 = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times 16000}{100}$$

$$ن = \frac{100 \times 5760}{16000 \times 6} = 6 \text{ سنوات}$$

رابعاً : قانون الجملة :

وتعني الجملة مقدار ما يؤول إليه مبلغ معين بعد مدة معينة عند استثماره بمعدل فائدة معين، وإضافة فائدته إليه، ويمكن أن يسمى أيضاً رصيد المبلغ .



وبما ان : ج = م+ ف

ولأن: ف = م . ن . ع

فتكون ج = م + م . ن . ع

وبالتالي فان: **ج = م (1 + ن. ع)**

مثال 8 .

ما هو رصيد السيد زيد بعد اربع سنوات من إيداعه مبلغ مقداره 2500 دينار بمعدل فائدة 7 % سنوياً .

الحل .

المعطيات	م = 2500 دينار	ن = 4 سنوات	ع = 7 % =0.07 سنوياً	ج=؟

ج = م + ف

ف = م . ن . ع

= 2500 × 4 × 0.07 = 700 دينار .

∴ ج = 2500 + 700 = 3200 دينار رصيد .

حل أخر

ج = م (1 + ن . ع)

= 2500 (1 + 4 × 0.07)

= 2500 (1.28) = 3200 دينار

وبالعودة إلى القاعدة (2) يمكن ان يكون أي عنصر من عناصر هذا القانون مجهولاً ويمكن استخراجها.

مثال 9

ما هو المبلغ الذي تودعه السيدة سناء لدى مصرف الرافدين لتستلم بعد سنتين وستة اشهر مبلغ مقداره 45000 دينار علماً ان معدل الفائدة المعتمد لدى المصرف هو 8 % سنوياً.

الحل:

المعطيات				
ج = 45000	ع = 8% = 0.08 سنوياً	ن = 2 × 12 + 6 = 30 شهر	م = ؟

ج = م (1+ ن . ع)

$$45000 = م \left(1 + \frac{30}{12} \times \frac{8}{100} \right)$$

45000 = م (1.2)

م = 45000 ÷ 1.2 = 37500 دينار

مثال 10.

ما هو المعدل المعتمد لدى مصرف الرافدين إذا علمنا انه دفع للسيد امجد مبلغ 14430 دينار وذلك بعد ايداع الأخير لديه مبلغ 12000 دينار لمدة سنتين وثلاثة اشهر؟

الحل:

المعطيات:				
م = 12000	ن = 2 × 12 + 3 = 27 شهر	ج = 14430	ع = ؟

ج = م (1 + ن . ع)

$$14430 = 12000 \left(1 + \frac{27}{12} \times \frac{ع}{100} \right)$$

14430 = 12000 (1 + 0.0225 ع)

14430 = 12000 + 270 ع

270 ع = 14430 – 12000 =2430

ع = 2430 ÷ 270 = 9 ⟵ 9%

حل آخر :

ج = م + ف

14430 = 12000 + ف ⟵ ف = 2430

ف = م . ن . ع

$$12000 \times \frac{27}{12} \times \frac{ع}{100} = 2430$$

270 ع = 2430

ع = 2430 ÷ 270 = 9 ⟵ 9%

مثال 11.

ما هي المدة التي أستثمر فيها السيد حسين مبلغ 7000 دينار بمعدل فائدة 5% سنوياً، اذا علمت أن رصيده هذا اليوم كان 8050 دينار.

الحل:

المعطيات	م = 7000 دينار	ع = 5 % = 0.05 سنوياً	ج = 8050 دينار	ن = ؟

ج = م (1 + ن . ع)

8050 = 7000 (1+ 0.05 ن)

8050 = 7000 + 350 ن

350 ن = 8050 – 7000 = 1050

ن = 1050 ÷ 350 = 3 سنة

خامساً : استخراج الزمن :

تمت الإشارة سابقاً الى أنه يجب أن تكون المدة المعتمدة في قانون الفائدة البسيطة أو

قانون الجملة بالسنوات، وذلك لانه عادة ما يكون سعر الفائدة سنوياً. ولذلك فأنه عندما كانت المدة بالأشهر، توجب تحويلها الى سنوات بقسمتها على عدد أشهر السنة (12).

أن الواقع العملي للعمليات المصرفية فيما يتعلق بالسحب والإيداع أو قطع الاوراق التجارية أو السحب على المكشوف، وكذلك فيما يخص التعامل التجاري بين الأفراد والمنشآت يشير الى أن الزمن قد يكون بالأيام، وفي هذه الحالة تظهر مشكلة جديدة، وهي احتساب عدد الايام بين تاريخين تاريخ بداية العملية المصرفية (تارخ الايداع، او تاريخ الاقتراض او غيرها) وتاريخ نهايتها (تاريخ السحب او تاريخ السداد او غيرها) وبالتالي يتوجب معرفة عدد أيام كل شهر من أشهر السنة مابين ثلاثون يوما او واحد وثلاثون يوما او ثمان وعشرون يوما وهذا ما يدعى بالزمن الفعلي أو الحقيقي، على انه من المتعارف عليه في العمل المصرفي لاحتساب المدة بين تاريخين (ان يترك اليوم الاول ويحتسب اليوم الاخير) .

وتبين القاعدة (5) كيفية حساب الزمن الحقيقي.

القاعدة 5

((الزمن الحقيقي هو مجموع الأيام الفعلية ما بين التاريخين))

وبذلك فان الزمن الحقيقي او الفعلي يعتمد على احتساب الفترة الزمنية ما بين التاريخ الأول والتاريخ الثاني اعتمادا على عدد أيام كل شهر سواء كان ((30، 31، 28، 29)) وعلى ذلك يتوجب الانتباه إلى الجدول (رقم 1) ومنه يلاحظ ان عدد أيام شهر شباط 29 يوماً في السنوات الكبيسة و 28 يوماً في السنوات البسيطة. والسنوات الكبيسة هي من مضاعفات 4، أي التي تقبل القسمة على 4 بدون باقي والبسيطة هي التي لاتقبل ذلك ، ما عدا السنوات القرنية (أي نهايات القرون) حيث يتوجب أن تقبل القسمة على 400 لتكون كبيسة .

مثال 12.

ما هي المدة الفعلية بين 5 / 4 / 2001 و 20 / 8 /2001

الحل:

الشهر	الشهر الرابع	الخامس	السادس	السابع	الثامن	مجموع الأيام
عدد الأيام	25 =5 – 30 ⇦	31 ⇦	30 ⇦	31 ⇦	20 ⇦	137 ⇦

مثال 13 .

ما هي المدة الفعلية بين 26 / 5 / 2001 و 20 / 9 / 2001

الحل:

الشهر	الشهر الخامس	السادس	السابع	الثامن	التاسع	مجموع الأيام
عدد الأيام	5 =26 – 31 ⇦	30 ⇦	31 ⇦	31 ⇦	20 ⇦	117 ⇦

ويبين الجدول أدناه أشهر التقويم الميلادي وعدد الأيام في كل شهر.

جدول يوضح أشهر التقويم الميلادي وعدد أيامها

التسلسل	الشهر	عدد الأيام
1	كانون الثاني	31
2	شباط	29 . 28
3	آذار	31
4	نيسان	30
5	مايس	31
6	حزيران	30
7	تموز	31
8	أب	31
9	أيلول	30
10	تشرين الأول	31
11	تشرين الثاني	30
12	كانون الأول	31

مثـال14.

ما هي المدة الفعلية بين 25 / 8 / 2001 و 18 / 3 / 2002 ؟

الحل:

الشهر	الشهر الثامن	الشهر التاسع	الشهر العاشر	الحادي عشر	الثاني عشر	الشهر الواحد	الشهر الثاني	الشهر الثالث	مجموع الأيام
الأيام	6 =25 – 31	30	31	30	31	31	28	18	205

سادساً: أنواع الفائدة البسيطة.

تمت الإشارة إلى أن التعامل مع الزمن بالأيام قد أخذ اتجاهين مختلفين: الأول، يعتمد على الزمن القياسي، والثاني يعتمد على الزمن الفعلي، كما أن عدد إيام السنة هو الأخر يختلف بين قياسي وفعلي، حيث أن عدد أيام السنة القياسية هي 360 يوماً بينما عدد أيام السنة الفعلية هو 365 يوماً للسنة البسيطة و366 يوماً للسنة الكبيسة، ولان عنصر الزمن عندما يكون بالأيام لابد من تحويله إلى سنوات بقسمته على عدد أيام السنة، عليه يكون عنصر الزمن في هذه الحالة يتكون من بسط ومقام. ومن هنا ظهر نوعين من الفوائد هما:

1- الفائدة التجارية.

وهي التي تعتمد على الزمن الفعلي للاستثمار مقسوماً على عدد الأيام القياسية للسنة (360) يوماً . ويرمز لها (فت) ولذلك سيتم اعتماد القاعدة الآتية في حساب الفائدة التجارية:

القاعدة ٦

- **الفائدة التجارية = المبلغ × الزمن الفعلي × المعدل÷ (٣٦٠)**

$$\text{فت} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times}{100 \times 360}$$

مثال 15:

في 2004/4/12 استثمرت السيدة أنفال مبلغ 4200 دينار بمعدل فائدة 6% سنوياً، فما هي الفوائد التي يحققها في 2004/9/24، بالاعتماد على الفائدة التجارية؟

الحل:

المعطيات	م = 4200 دينار	ع = 6 %	فت = ؟
	ن = (30 −12) + 31 +30+ 31 +31 + 24 = 165 يوما		

$$\text{فت} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 360}$$

$$\text{فت} = \frac{4200 \times 165 \times 6}{100 \times 360}$$

= 115.5 دينار الفائدة التجارية

مثال16:

ما هو المبلغ الذي يستثمره السيد حيدر في 2007/3/18 بمعدل فائدة 9% سنوياً ليحصل على جملة مقدارها 6231 دينار في 2007/8/10، وذلك وفقاً للفائدة التجارية؟

الحل:

المعطيات	م = ؟	ع = 9 %	ج = 6231
	ن = (31 −18) + 30 +31+ 30 + 31 +10 = 145 يوما		

$$\text{ج} = \text{م}\left(1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 360}\right)$$

$$6231 = م\left(\frac{145 \times 9}{360 \times 100} + 1\right)$$

$$6231 = م(0.03625 + 1)$$

$$6231 = م(1.03625)$$

$$م = \frac{6231}{1.03625} = 6013 \text{ دينار}$$

2 – الفائدة الصحيحة.

وهي التي تعتمد على قسمة عدد الأيام الفعلية للاستثمار على عدد الأيام الفعلية للسنة، (365 أو 366 اذا كانت السنة كبيسة) يوماً ولذلك سيتم اعتماد القاعدة الآتية في حساب الفائدة الصحيحة:

القاعدة ٧

$$\text{الفائدة الصحيحة} = \frac{\text{المبلغ} \times \text{الزمن الفعلي} \times \text{المعدل}}{100 \times 365}$$

ويمكن كتابة قانون الفائدة الصحيحة وكما يأتي:

$$\text{فص} = \frac{م \times ن \times ع}{365 \times 100}$$

مع ملاحظة أنه اذا كانت السنة الكبيسة يكون مقام الزمن الفعلي 366 يوماً

مثال 17.

ما هي الفائدة الصحيحة التي يحققها السيد منار من استثمار مبلغ 8000 دينار بمعدل فائدة 9% سنوياً، وذلك بين التاريخيين 2001/3/26 و 2001/8/15؟

الحل:

المعطيات	م = 8000 دينار	ع = 9 %
	ن = (31−26) + 30 +31 + 30 + 31 + 15 = 142 يوما	

$$\text{فص} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 365}$$

$$\text{فص} = \frac{8000 \times 142 \times 9}{100 \times 365}$$

= 280 دينار الفائدة الصحيحة

مثال: 18

متى يصبح رصيد السيد سيف 10225 دينار إذا علمت أنه قد أودع مبلغ 10000 دينار في 2001/3/1 لدى مصرف يعتمد 4.5% كسعر للفائدة السنوية؟

الحل:

المعطيات:	م = 10000	ج = 10225	ع = 4.5%	ن = ؟

$$\text{ج} = \text{م} \left(1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 360} \right)$$

$$10225 = 10000 + \left(1 + \frac{45000\ \text{ن}}{100 \times 360} \right)$$

$$10225 = 10000 + 1.25\ \text{ن}$$

$$10225 - 10000 = 1.25\ \text{ن} \Longleftarrow 1.25\ \text{ن} = 225$$

$$\text{ن} = \frac{225}{1.25} = 180 \text{ يوم}$$

.: التاريخ اللاحق 27 / 8 / 2001

حل آخر :

ف = ج – م = 10225 – 10000 = 225

$$\text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 360}$$

$$225 = \frac{10000 \times \text{ن} \times 4.5}{100 \times 360}$$

$$225 = \frac{45000\ \text{ن}}{100 \times 360}$$ = 180 يوم

التاريخ = **2001/8/27**

225 = 1.25 ن

$$\text{ن} = \frac{225}{1.25}$$ = 180 يوم

تمارين الفصل الأول

س1: ما هي الفوائد التي يحققها السيد محمود من إيداعه مبلغ مقداره 60000 دينار لدي مصرف لمدة سنة و ستة اشهر ، إذا كان المصرف يمنح فائدة بمعدل 4 % سنويا ؟

س2: ما هو رصيد السيد سعد بعد ثلاث سنوات وتسعة شهور من إيداعه مبلغ 8000 دينار، إذا كان معدل الفائدة المعتمدة 3 % سنوياً ؟

س3: ما هو المبلغ الذي يستثمره السيد ادهم لمدة ستة اشهر بمعدل فائدة 9% سنوياً ليحصل في نهايتها على فوائد مقدارها 80 دينار ؟

س4: في 2009/2/10 استثمر السيد سلام مبلغ 40000 دينار بمعدل فائدة 3% سنوياً. فما هو رصيده في 2009/8/9 وما هي الفوائد التي حققها ؟

س5: ماهو معدل الفائدة المعتمدة لدى مصرف اذا علمت انه قد منح السيد يوسف مبلغ 344 دينار فوائد عن إيداع الأخير لديه مبلغاً مقداره 1200 للفترة من2005/3/26 ولغاية 2005/9/14 ؟

س6: ماهي الفوائد التجارية والصحيحة لمبلغ مقداره 9000 دينار إذا ما استثمر بمعدل فائدة 4,5% سنوياً للفترة من 2008/3/25 ولغاية 2008/6/6؟

س7: ماهي المدة التي يودع فيها السيد فراس مبلغ 14000 دينار بمعدل فائدة 6% سنويا ليكون رصيده فيها 14200 دينار؟

الفصل الثاني: اساسيات الطريقة المختصرة وطريقة الرصيد الشهري النهائي

أهداف الفصل: تتركز أهداف الفصل بما يأتي:

أولا: التعرف على أساسيات الطريقة المختصرة لحساب الفوائد على رأس المال، والتي تسمى طريقة النمر والقاسم.

ثانيا: استخراج الرصيد الشهري الأدنى، والذي يتم فيها احتساب الفائدة على مبلغ واحد كل شهر، وهو أدنى رصيد.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

أولا: أساسيات الطريقة المختصرة.

ثانيا: طريقة الرصيد الشهري الأدنى.

تمهيد

في الواقع العملي قد تتعدد المبالغ المودعة أو المستثمرة أو المسحوبة، وهذا يؤدى إلى تعدد معطيات تلك المبالغ، ومنها وجود فائدة ورصيد لكل منها. وإذا ما اختلفت جميع العناصر الأساسية لتلك المبالغ (المبالغ، المدد أو الأزمنة، المعدلات) فلا مناص من استخراج الفائدة أو الرصيد لكل منها بصورة منفردة باعتماد القانون الخاص بذلك. وفي الواقع المصرفي، عادة ما يفتح المصرف لزبائنه حسابات جارية تسجل فيها كل إيداعاتهم النقدية أو التي على شكل صكوك أو أوراق تجارية يتم تحصيلها، كما تسجل فيه كل مسحوباتهم النقدية أو التي على شكل صكوك أو أوراق تجارية مسحوبة عليهم، مما يعنى أن هناك عدة عمليات قد تكون يومية أو بين فترات متقاربة، وتخضع جميعها إلى معدل واحد. وفي هذه الحال تعتمد المصارف على الطريقة المختصرة في الحسابات الجارية وطريقة الرصيد الشهري الادنى في حسابات التوفير:

اولاً : أساسيات الطريقة المختصرة.

وتسمى طريقة النمر والقاسم كما يمكن تسميتها بطريقة الجدول، واعتمادها في اختصار العمليات الحسابية والتنظيمية يستند إلى القاعدة الآتية:

القاعدة 1

مجموع الفوائد = مجموع حاصل (ضرب المبالغ × مدة كل منها) × معدل الفائدة

مجموع الفوائد (ف)= مج (م . ن) × معدل الفائدة (ع)

ولتسهيل العمل يمكن اعتماد الجدول (1)، ومنه يتبين أننا نضع المبالغ في العمود الاول ومن ثم نضع مدة كل منها في العمود الثاني ونضرب العمودين لنضع الناتج في العمود الثالث ثم نجمعه للوصول الى (مج م. ن) الذي يتم ضربه مرة واحدة في المعدل مع ملاحظة القاعدة رقم 2:

الجدول (1): نموذج جدول النمر

م	ن	م . ن (النمر)
مج م		مج م. ن

نموذج جدول

القاعدة 2

إذا كانت المدة بالسنوات يكون مقام المعـــــدل = ١٠٠

إذا كانت المدة بالأشهر يكون مقام المعـــــدل = ١٢٠٠

إذا كانت المدة بالأيام والفائدة تجارية يكون مقـــام المعدل = ٣٦٠٠٠

إذا كانت المدة بالأيام والفائدة صحيحة يكون مقـــام المعدل = ٣٦٥٠٠

إذا كانت المدة بالأيام والفائدة صحيحة والسنة كبيسة يكون المقـــام=٣٦٦٠٠

مثـال 1.

ما هي الفوائد التجارية التي يحققها السيد جعفر من ايداعه المبالغ الآتية:

1. مبلغ 2000 دينار لمدة 8 اشهر.
2. مبلغ 1500 دينار لمدة 3 اشهر.
3. مبلغ 3000 دينار لمدة 5 اشهر.

إذا كان معدل الفائدة المعتمد 6% سنوياً ؟

الحل:

تنظيم الجدول اولاً :

م	ن	م . ن
2000	8	16000
1500	3	4500
3000	5	15000
6500	*	**35500**

لأن المدة بالاشهر فان المقام يساوي 1200 وبذلك فان:

$$\text{مجموع الفوائد (ف)} = \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{معدل الفائدة}}{1200}$$

$$\text{مجموع الفوائد (ف)} = \frac{35500 \times 6}{1200}$$

مجموع الفوائد = 177.5 دينار

مثـال 2.

ما هي الفوائد المتحققة للسيد ياسر من الايداعات الآتية، إذا كان معدل الفائدة المعتمد 9% سنوياً ؟ اعتمد الفائدتين التجارية والصحيحة:

400 دينار لمدة 120 يوما

800 دينار لمدة 160 يوماً

700 دينار لمدة 150 يوماً

الحـــل: تنظيم الجدول اولاً :

م	ن	مجموع النمر (م . ن)
400	120	48000
800	160	128000
700	150	105000
1900		281000

ولأن المدة بالأيام فان مقام المعدل يكون 36000 وكما يلي:

$$\text{مجموع الفوائد (ف)} = \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{معدل الفائدة}}{36000}$$

$$\text{مج فت} = \frac{9 \times 281000}{36000}$$

مج فت = 70.25 دينار الفائدة التجارية

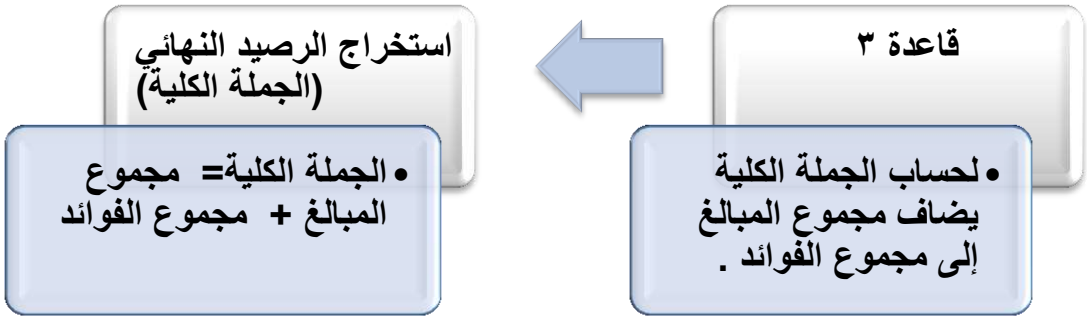
لاستخراج الفائدة الصحيحة فان مقام المعدل يساوي 36500.

$$\text{فص} = \frac{\text{مج (م. ن)} \times \text{معدل الفائدة}}{36500}$$

$$\text{فص} = \frac{281000 \times 9}{36500}$$

فص = 69.287 دينار

ويتوجب التذكير هنا إلى أن هذه الطريقة تستوجب شرطين لاستخدامها هما: ان تكون جميع المبالغ مستثمرة بمعدل فائدة موحد وأن تكون جميع الأزمنة موحدة لجميع المبالغ أي بوحدة واحدة، فأما ان تكون بالسنوات أو بالأشهر أو بالأيام أو يتوجب توحيدها أن اختلفت.وتبين القاعدة 3 آلية حساب الرصيد النهائي (الجملة الكلية).



وان القانون المعتمد لحساب مجموع الجملة او الرصيد النهائي هو:

مج ج = مج م + مج (م . ن)× (ع)

حيث ان:

مج ج = مجموع الجملة او الرصيد النهائي.

مج م = مجموع المبالغ.

مج (م. ن) = مجموع النمر

مج (م . ن) × (ع) = مجموع الفوائد

كما تنطبق الحالات السابقة التي تم تطبيقها بخصوص مقام معدل الفائدة عند حساب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة.

مثـال 3. ما هو رصيد السيد أحمد في نهاية المدة في المثال رقم "1" ؟

الحل: لحساب الرصيد النهائي فان:

مج ج = مج المبالغ + مج الفوائد

مج ج = مج م + مج (م . ن)× (ع)

ولأن المدة بالأشهر فسيكون مقام المعدل يساوي 1200

$$\text{مج ج} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{1200}$$

$$\text{مج ج} = 6500 + 35500 \times \frac{6}{1200}$$

$$= 6500 + 177.5 = 6677.5 \text{ دينار الرصيد}$$

مثـال 4. ما هو رصيد السيد ياسر في مثال "2" ؟

الحل: لحساب الرصيد النهائي فان:

مج ج = مج م + مج (م . ن)× (ع)

ولأن المدة بالأيام فسيكون مقام المعدل يساوي 36000

$$\text{مج ج} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م . ن)} \times \text{(ع)}}{36000}$$

$$\text{مج ج} = 1900 + 281000 \times \frac{9}{36000}$$

مج ج = 1900 + 70.25 = 1970.25 دينار. اذا كانت الفائدة التجارية.

اما اذا كان المطلوب استخراج مجموع جملة ال فائدة الصحيحة فسيكون مقام المعدل 36500 وكما يأتي:

$$\text{مج ج} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{36500}$$

مج ج = 1900 + 69.28 = 1969.287 دينار.

ملاحظة: عندما تكون هناك عمليات سحب وإيداع والاثنان بمعدل موحد، او بمعدلين مختلفين يتوجب حل كل منهما في جدول خاص واعتماد القاعدة الآتية:

القاعدة ٤

- **الرصيد النهائي = رصيد الإيداع – رصيد السحب**
- **صافي الفوائد = فوائد الإيداع – فوائد السحب**

مثـــال 5. ما هو رصيد السيد حسان من العمليات الآتية إذا كان المعدل المعتمد للسحب والإيداع 6% سنوياً ؟

600 دينار إيداع لمدة 70 يوم

400 دينار إيداع لمدة 35 يوماً

500 دينار سحب لمدة 20 يوما

1000 دينار إيداع لمدة 40 يوماً

800 دينار سحب لمدة 10 يوم

الحل:

جدول الايداع

م	ن	م . ن
600	70	42000
400	35	14000
1000	40	40000
2000	*	96000

رصيد الايداع = 2000 + 96000 × $\frac{6}{36000}$

= 2000 + 16 =2016 دينار

جدول السحب

	ن	م . ن
500	20	10000
800	10	8000
1300	*	18000

رصيد السحب = مج م + $\frac{\text{مج (م. ن)} \times \text{(ع)}}{36000}$

رصيد السحب = 1300 + 18000 × $\frac{6}{36000}$

= 1300 + 3 = 1303 دينار

رصيد السحب = 1300 + 3 = 1303 دينار

الرصيد النهائي = رصيد الايداع – رصيد السحب

الرصيد النهائي= 2016 –1303 = 713 دينار

رصيد الفوائد (صافي الفوائد) = فوائد الايداع – فوائد السحب

رصيد الفوائد = 16 –3 = 13 دينار

مثال 6:

ماهو رصيد السيد محمود من العمليات الآتية، اذا كان المعدل المعتمد للسحب والايداع 9% سنويا؟

الحل:

جدول الايداع

م	ن	م . ن
400	60	24000
500	50	25000
800	20	16000
1700	*	65000

$$\text{رصيد الايداع} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م . ن)} \times (\text{ع})}{36000}$$

$$\text{رصيد الايداع} = 1700 + 65000 \times \frac{9}{36000}$$

$$= 1700 + 16.25 = 1716.25 \text{ دينار}$$

جدول السحب

م	ن	م . ن
600	30	18000
200	40	8000
800	*	26000

$$\text{رصيد السحب} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م. ن)} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\text{رصيد السحب} = 800 + \frac{9}{36000} \times 26000$$

رصيد السحب = 800 + 6.5 = 806.5 دينار

الرصيد النهائي = رصيد الايداع – رصيد السحب

الرصيد النهائي = 1716.25 −806.5 = 909.75 دينار

رصيد الفوائد (صافي الفوائد) = فوائد الايداع – فوائد السحب

رصيد الفوائد = 16.25 −6.5 = 9.75 دينار

مثـــال 7.

ما هو رصيد السيد مرتضى في المثال "5" إذا كان معدل الإيداع 3% ومعدل السحب 4 %؟

الحـــل :

جدول الإيداع

م	ن	م . ن
600	70	42000
400	35	14000
1000	40	40000
2000	*	96000

$$\text{رصيد الايداع} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\text{رصيد الايداع} = 2000 + 96000 \times \frac{3}{36000}$$

رصيد الايداع = 2000 + 8 = 2008 دينار

جدول السحب

م	ن	م . ن
500	20	1000
800	10	8000
1300	*	18000

$$\text{رصيد السحب} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\text{رصيد السحب} = 1300 + 18000 \times \frac{4}{36000}$$

= 1300 + 2 = 1302 دينار

الرصيد النهائي = رصيد الإيداع – رصيد السحب

= 2008 – 1302 = 706 دينار

ويلاحظ ان الاختلاف بين الناتجين جاء لاختلاف معدل السحب بين السؤالين. ففي المثال رقم "5" كان معدل السحب 6% بينما جاء في المثال رقم "6" أن معدل السحب 4%.

ملاحظة: عندما تعتمد تواريخ الايداع والسحب يتم حساب الزمن من تاريخ المبلغ حتى التاريخ النهائي، سواء كان ايداعاً أم سحباً. وكما في القاعدة (5) الآتية:

مثـــال8:

فيما يلي عمليات السحب والإيداع من حساب السيد ابراهيم لدى مصرف الاستثمار، الذي يعتمد معدل فائدة 9% سنوياً . فما هو رصيده في 2001/10/31؟

1. رصيد أول المدة 2001/3/21 كان 700 دينار
2. أودع في 2001/5/22 مبلغ 300 دينار
3. سحب في 2001/7/16 مبلغ 500 دينار
4. أودع في 2001/9/11 مبلغ 600 دينار
5. سحب في 2001/10/3 مبلغ 300 دينار

الحل:

التاريخ السابق	التاريخ اللاحق	المدة	المبلغ	م . ن
3/21	10/31	225=(1+224)	700 +	157500 +
5/22	10/31	162	300+	48600 +
7/16	10/31	107	500 -	53500 -
9/11	10/31	50	600 +	30000 +
10/3	10/31	28	300 -	8400 -
*	*	*	2400	298000

ملاحظات حول الجدول :

1- يتضح من العمود الخاص بالتاريخ ان التاريخ اللاحق يكون 10/31 وهو التاريخ النهائي، وهي خصوصية هذه الطريقة.

2- يتم احتساب المدة بين التاريخين السابق واللاحق لكل مبلغ من خلال الجدول رقم "1" في الفصل الأول، وفق قواعد حساب المدة الحقيقية.

3- يتميز رصيد أول المدة بأنه مبلغ ايداع، إلا أن اليوم الذي احتسب فيه (3/21) في المثال أعلاه يضاف إلى المدة، فيكون الناتج 225 يوما بدلا من 224 يوما.

$$\text{الرصيد النهائي} = \text{مج م} + \frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\text{الرصيد النهائي} = 2400 + 298000 \times \frac{9}{36000}$$

الرصيد النهائي= 2400 +74.5 = 2474.5 دينار رصيد السيد ابراهيم في 10/31

وعندما يكون هناك معدلين مختلفين للإيداع والسحب يتم تنظيم جدولين منفصلين لكل من الإيداع والسحب . وكما موضح في المثال التالي بالاعتماد على القاعدة "5" .

مثال 9. ما هو رصيد السيد عبدالله لدى مصرف الاستثمار في المثال "7" إذا كان معدل الإيداع 7% ومعدل السحب 6% سنوياً .

الحل:

1- رصيد الايداع.

جدول الإيداع	التاريخ السابق	التاريخ اللاحق	المدة	المبلغ	م . ن
	3/21	10/31	225	700	157500
	5/22	10/31	162	300	48600
	9/11	10/31	50	600	30000
				1600	236100

رصيد الايداع = مج م + $\frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{36000}$

رصيد الايداع = 1600 + 236100 × $\frac{7}{36000}$

رصيد الايداع = 1600 + 45.9 = 1645.9 دينار

2- رصيد السحب.

جدول السحب	التاريخ السابق	التاريخ اللاحق	المدة	المبلغ	م . ن
	7/16	10/31	107	500	53500
	10/3	10/31	28	300	8400
				800	61900

رصيد السحب = مج م+ $\frac{\text{مج (م.ن)} \times \text{ع}}{36000}$

رصيد السحب = 800 + 61900 × $\frac{6}{36000}$

= 800 + 10.3 = 810.3 دينار

الرصيد النهائي = رصيد الإيداع – رصيد السحب

= 1645.9 –810.3 = 835.6 دينار

ثانيا: طريقة الرصيد الشهري الأدنى.

لاستخراج الرصيد الشهري الأدنى يمكن الاعتماد على القاعدة الآتية :

القاعدة ٦

احتساب الفائدة على مبلغ واحد كل شهر وهو أدنى رصيد

وتختلف هذه الطريقة بمايلى :

1- تعتمد على احتساب الفائدة شهرياً ، ولذلك يكون مقام المعدل 1200 دائما.

2- تعتمد على مبلغ واحد فقط لكل شهر وهو الرصيد الأدنى وليس على كل المبالغ.

3- تستخدم هذه الطريقة في حساب الفائدة لحسابات التوفير عادة .

4- تعتمد على معدل واحد وليس معدلين .

5- تحتوى على إجحاف لصاحب الحساب إذ تنخفض الفائدة كثيراً .

6- من الصعوبة استخراج المبلغ أو التاريخ إذا كان مجهولاً، إما المعدل فيمكن ذلك.

7- تنظيم جدول بستة أعمدة تضم الشهر والتاريخ والإيداع، السحب، الرصيد والرصيد الأدنى.

مثـــال 10.

ما هو رصيد السيد ابراهيم في المثال " 7 " بالاعتماد على طريقة الرصيد الشهري الأدنى ؟

الحل:

الشهر	التاريخ	الإيداع	السحب	الرصيد	الرصيد الشهري الادنى
3	3/1	-	-	-	صفر
	3/21	700	-	700	
4	4/1	-	-	700	700
5	5/1	-	-	700	700
	5/22	300		1000	
6	6/1	-	-	1000	1000
7	7/1	-	-	1000	500
	7/16	-	500	500	
8	8/1	-	-	500	500
9	9/1	-	-	500	500
	9/11	600	-	1100	
10	10/1	-	-	1100	800
	10/3	-	300	800	
*	*	1600	800	800	4700

ملاحظات حول الجدول

1- يمثل العمود الأول الشهر وذلك لان هذه الطريقة تعتمد على حساب الفائدة بصورة مستقلة لكل شهر .

2- لا تحتاج هذه الطريقة إلى وجود التاريخ اللاحق ، إلا أن عمود التاريخ يمثل الأول من كل شهر وذلك لمعرفة رصيد بداية الشهر ليكون أساساً لاحتساب الرصيد الأدنى والذي يعتمد عادة على الرصيد النهائي للشهر السابق .

3- الرصيد الأدنى يمثل المبلغ (م) وهو أيضا يمثل (م . ن) لان (ن) دائماً شهراً واحداً، إذ أن هذه الطريقة تعتمد الأشهر بدلاً من الأيام كما تمت الإشارة إلى ذلك.

4- مجموع (م . ن) هو مجموع العمود الأخير بينما يمثل (م) الرصيد الأخير وليس مجموع عمود الرصيد .

$$\text{الرصيد النهائي} = \text{م} + \frac{\text{مج م} \times \text{ع}}{1200}$$

$$\text{الرصيد النهائي} = 800 + 4700 \times \frac{9}{1200}$$

$$= 800 + 35.25 = 835 \text{ دينار}$$

مثال 11.

فيما يلي عمليات السحب والايداع في حساب السيد ناصر لدى مصرف الرافدين الذي يعتمد معدل فائدة قدره 6% سنويا. فما رصيد السيد ناصر في نهاية الشهر السابع وفق طريقة الرصيد الشهري الأدنى؟

البيان	التاريخ	مبلغ السحب او الايداع
رصيد اول مدة	2002 /2/9	800
أودع	2002 /3 /10	600
سحب	2002 /4 /15	300
أودع	2002 /5 /18	500
سحب	2002 /6 /20	200
أودع	2002 /7 /19	400

الحل:

يتم الحل أولا بتنظيم البيانات في جدول، يتضمن تاريخ الايداع والسحب والرصيد والرصيد الشهري الأدنى، كما في الجدول أدناه.

جدول الايداع والسحب

الشهر	التاريخ	الايداع	السحب	الرصيد	الرصيد الشهري الأدنى
2	2-1 2-9	- 800	-	- 800	صفر
3	3-1 3-10	- 600	-	800 1400	800
4	4-1 4-5	-	- 300	1400 1100	1100
5	5-1 5-18	- 500	-	1100 1600	1100
6	6-1 6-20	-	- 200	1600 1400	1400
7	7-1 7-19	- 400	-	1400 1800	1400
		2300	500	1800	5800

$$\text{الرصيد النهائي} = \text{م} + \frac{\text{مج م} \times \text{ع}}{1200}$$

$$\text{الرصيد النهائي} = 500 + 5800 \times \frac{6}{1200}$$

$$\text{الرصيد النهائي} = 500 + 29 = 529 \text{ دينار}$$

تمارين الفصل الثاني

س1: ماهى الفائدة التي يحصل عليها السيد محمود من عمليات الاستثمار الآتية، اذا كان معدل الفائدة المعتمد 4% سنوياً ؟

600 دينار لمدة 2 اشهر

200 دينار لمدة 5 اشهر

300 دينار لمدة 4 اشهر

500 دينار لمدة 3 اشهر

س2: ما هو رصيد السيد عماد بعد انتهاء مدة استثمار المبالغ الآتية اذا ما كان معدل الفائدة المعتمدة 9% للايداع، و 6% للسحب ؟

200 دينار ايداع لمدة 80 يوماً

100 دينار سحب لمدة 70 يوماً

150 دينار سحب لمدة 90 يوماً

250 دينار ايداع لمدة 100 يوم

س3: فيما يأتي عمليات السحب والإيداع من حساب السيد منير لدى المصرف التجاري الذي يعتمد فائدة بمعدل 6% للايداعات والمسحوبات فما هو رصيده في 2006/10/31. بالاعتماد على طريقة الرصيد الشهري الأدنى.

1. كان رصيد محمود في 2006/5/16 1000 دينار
2. أودع في 2006/6/13 800 دينار
3. سحب في 2006/7/18 600 دينار
4. أودع في 2006/8/2 900 دينار
5. سحب في 2006/9/10 500 دينار

س4: ما هي الفوائد التي يحققها السيد مثنى لدى مصرف بغداد من عمليات السحب والإيداع الآتية في نهاية الشهر السابع من عام 2000 إذا كان المصرف يعتمد فائدة بمعدل 9% للايداعات وللمسحوبات ؟

1. فتح الحساب الجاري في 2009/2/15 مبلغ 600 دينار
2. أودع في 2009/3/8 مبلغ 700 دينار
3. سحب في 2009/4/20 مبلغ 300 دينار
4. سحب في 2009/5/25 مبلغ 400 دينار
5. أودع في 2009/6/20 مبلغ 1000 دينار

س5: فيما يلي عمليات السحب والايداع من حساب السيد نبيل لدى مصرف الاستثمار الذي يعتمد معدل الفائدة 9%سنويا للسحب والايداع، فما هو رصيده في نهاية الشهر التاسع للعام 2006 وفق طريقة الرصيد الشهري الادنى.

1- رصيد اول المدة في 2006/5/15 6000 دينار
2- اودع 2006/6/18 4000 دينار
3- سحب 2006/7/20 3000 دينار
4- اودع 2006/8/25 2000 دينار
5- سحب 2006/9/20 1000 دينار

س6: فيما يلي عمليات السحب والايداع من حساب السيد هيثم لدى مصرف الاستثمار الذي يعتمد فائده بمعدل 6% للسحب والايداع سنويا، فما هو رصيده في نهاية الشهر السابع للعام 2009. وفق طريقة الرصيد الشهري الأدنى؟

1- اودع في 2009/2/18 مبلغ 3000 دينار
2- سحب في 2009/3/19 مبلغ 1000 دينار
3- اودع في 2009/4/22 مبلغ 2000 دينار
4- سحب في 2009/5/17 مبلغ 1000 دينار
5- اودع في 2009/6/25 مبلغ 3000 دينار

س7: فيما يلي عمليات السحب والايداع في حساب السيد أحمد لدى مصرف الاستثمار والذي يعتمد سعر فائده 6%سنويا للسحب والايداع، فما هو رصيده في نهاية الشهر الثاني عشر للعام 2009. وفق طريقة الرصيد الشهري الأدنى؟

1- رصيد اول المدة 2009/8/18 مبلغ 3000 دينار

2- اودع في 2009/9/9 مبلغ 4000 دينار

3- سحب في 2009/10/22 مبلغ 1000 دينار

4- اودع في 2009/11/17 مبلغ 2000 دينار

5- سحب في 2009/12/19 مبلغ 3000 دينار

الفصل الثالث: الدفعات الدورية المتساوية

أهداف الفصل: أن يكون الطالب قادرا على:

أولا: معرفة عناصر فائدة الدفعات.

ثانيا: استخراج قانون فائدة الدفعات وجملة الدفعات.

ثالثا: معرفة أنواع الدفعات.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

أولا : عناصر الفائدة للدفعـــات

ثانيا : قانون فائدة الدفعات.

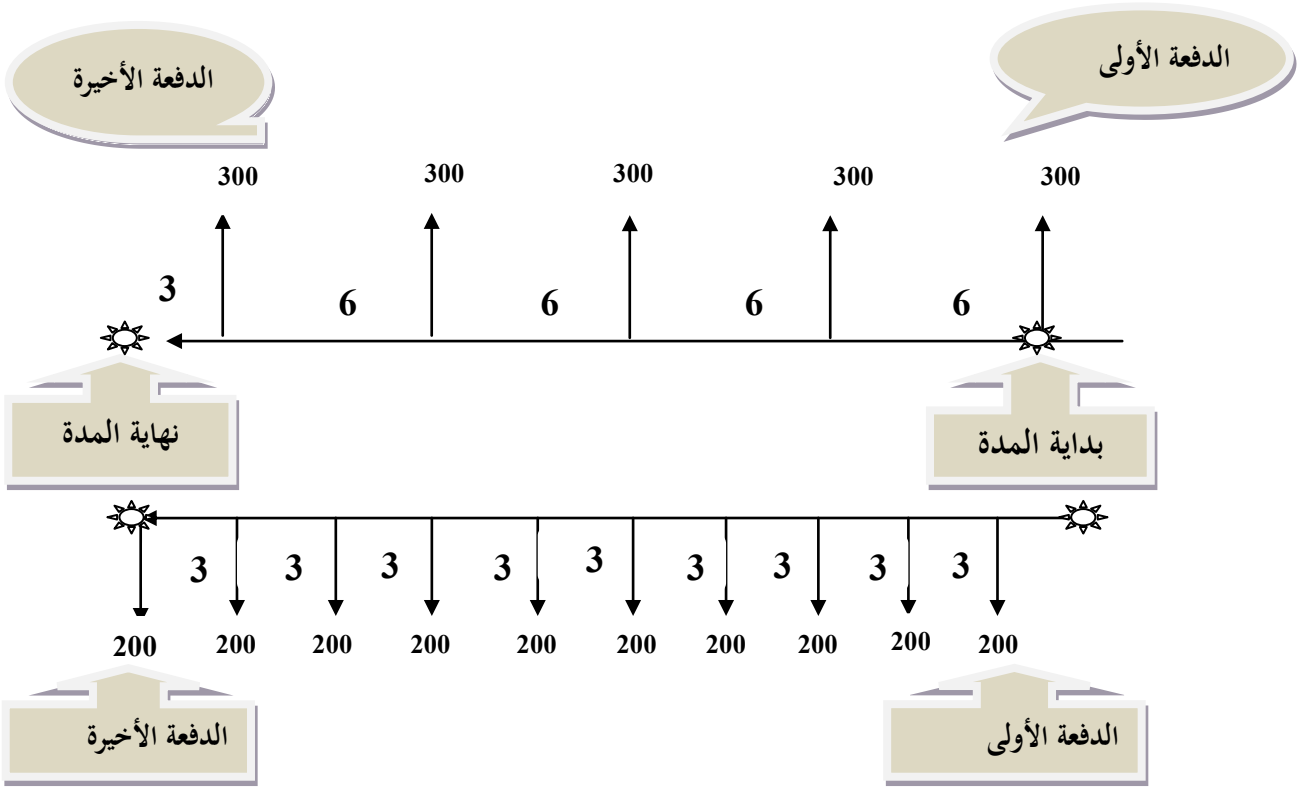
ثالثا : جملة الدفعـــات .

رابعا : انواع الدفعـــات .

تمهيد

في هذا الفصل ستتم معالجة موضوع تعدد المبالغ الدورية المتساوية، وهي ما يسمى بالدفعات الدورية المتساوية، وهي مبالغ تدفع او تستلم وتتصف بالخصائص الآتية:

1) **الدورية** ... أي أن الفترات بين كل مبلغ واخر تكون متساوية .
2) **متساوية** ... اى ان مبالغها متساوية .
3) تخضع جمعيهما **لمعدل فائدة موحد** .



ويبين الشكل (1) دفعة دورية مقدارها 300 دينار تدفع في بداية كل سنه ولمدة سنتين ونصف (30) شهر وفي هذه الحالة تدعى الدفعة بالدفعة (**الفورية**). كما يوضح دفعة دورية مقدارها 200 دينار تسحب في نهاية كل ثلاثة اشهر ولمدة سنة وثلاثة أشهر (15) شهر وفي هذه الحالة تدعى الدفعة بالدفعة (**العادية**).

اولا :- عناصر الدفعات

اذا كانت عناصر فائدة المبلغ الواحد ثلاثة هى المبلغ والمعدل والزمن فان عناصر الدفعات هي:

1) **مبلغ الدفعة:** وهو المبلغ المتساوي الذي يدفع او يستلم من فترة لأخرى ونرمز له بالرمز (م)، وهو في الشكل السابق المبلغ 300 دينار للايداع و 200 دينار للسحب.
2) **معدل الفائدة:** وهو المعدل الذي تخضع له جميع الدفعات وعادة ما يكون سنوياً في الفائدة البسيطة، ونرمز له بالرمز (ع) .
3) **مدة الدفعة:** وهى المدة المحصورة بين دفعة وأخرى وتكون ثابتة، وسنرمز لها بالرمز (ن*) وفي الشكل السابق مدة دفعة الايداع سنة واحدة ومدة دفعة السحب ثلاثة اشهر.
4) **مدة الدفعات:** وهي المدة المحصورة بين بداية الدفعة الأولى ونهاية الدفعة الاخيرة، وسنرمز لها بالرمز (ن) وفي الشكل مدة دفعات الايداع (30) شهر ومدة دفعات السحب (15) شهر.
5) **عدد الدفعات:** وهي عدد المرات التي يدفع فيها المبلغ او يسحب خلال المدة الكلية (مدة الدفعات) وسنرمز لها بالرموز (د). ويمكن استخراجها على وفق القاعدة الآتية:

القاعدة ١

- **عدد الدفعات يساوي مدة الدفعات مقسوما على مدة الدفعة الواحدة**

$$د = \frac{ن}{ن^*}$$

ن= مدة الدفعات

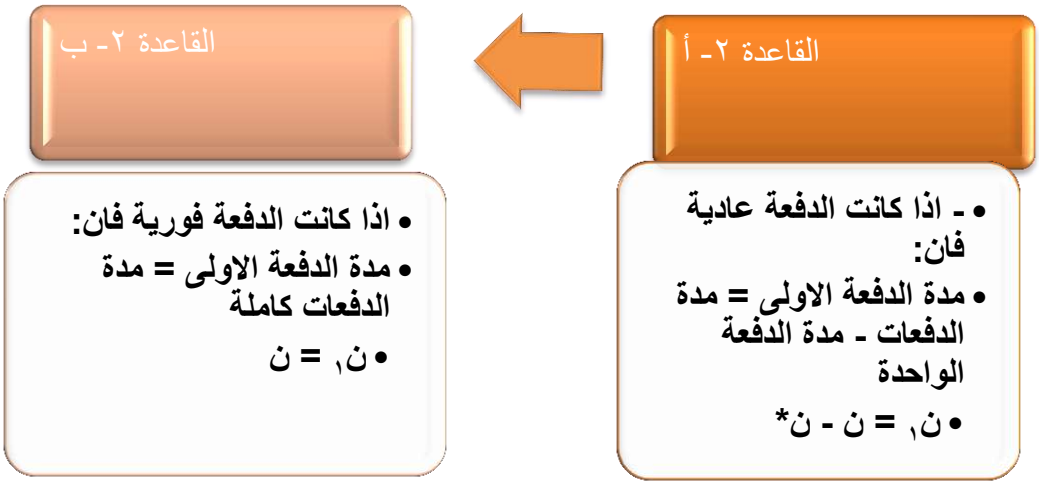
ن* = مدة الدفعة

فيكون عدد الدفعات في الشكل السابق :

د = 30 ÷ 6 = 5 دفعات (بالنسبة للايداع)

د = 15 ÷ 3 = 5 دفعات (بالنسبة للسحب)

6- مدة الدفعة الاولى: وهي المدة المحصورة بين تاريخ دفع الدفعة الاولى والتاريخ النهائي وسنرمز لها بالرمز (ن1). وهي تختلف فيما اذا كانت الدفعة عادية ام فورية كما في القاعدة الآتية:



وفي الشكل السابق يتبين ان مدة دفعة السحب الاولى هي (12) شهرا فقط، وهي المدة بين المبلغ الاول وتاريخ نهاية المدة:

ن1 = ن – ن* = 15 – 3 = 12 شهرا

بينما في دفعة الايداع فانه يتبين ان مدة الدفعة الاولى للايداع كانت 15 شهرا كاملة وهي المدة بين المبلغ الاول (300) وتاريخ نهاية المدة :

ن1 = ن = 30

6- **مدة الدفعة الاخيرة:** وهي المدة المحصورة بين تاريخ دفع الدفعة الاخيرة والتاريخ النهائي وسنرمز لها بالرمز (نـد). وهي تختلف فيما اذا كانت الدفعة عادية ام فورية كما في القاعدة الآتية:

القاعدة ٣ ـ أ

- ـ اذا كانت الدفعة عادية فان:
- مدة الدفعة الاخيرة = صفر
- ن د = صفر

القاعدة ٣ـ ب

- ٢ـ اذا كانت الدفعة فورية فان:
- مدة الدفعة الاخيرة = مدة الدفعة الواحدة
- ن د = ن*

وفي الشكل السابق يتبين ان مدة الدفعة الاخيرة للسحب كانت صفر لأنها دفعة عادية، وهي المدة بين المبلغ الاخير (200) وتاريخ نهاية المدة ن د:

ن د = صفر

بينما في دفعة الايداع الفورية فانه يتبين ان مدة الدفعة الاخيرة كانت (6) اشهر لأنها دفعة فورية، والمدة بين المبلغ الاخير (300) وتاريخ نهاية المدة ن د:

ن د = ن*

ثانيا : قانون فائدة الدفعات:

نظراً لخصائص هذه الدفعات آنفة الذكر فان طريقة معالجتها يكون في استخراج فوائدها مجتمعة وكذلك رصيدها مجتمعا، وبالاعتماد على القاعدة الآتية:

القاعدة 4

$$\text{فائدة الدفعات} = \text{مبلغ الدفعة} \times \text{معدل الفائدة} \times \frac{\text{عدد الدفعات}}{2} \times (\text{مدة الدفعة الاولى} + \text{مدة الدفعة الاخيرة})$$

$$ف = م \cdot ع \cdot \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

مثـال (1)

ماهو مجموع الفوائد لدفعة دورية متساوية بمبلغ 250 دينار تدفع كل اربعة اشهر ولمدة سنة واربعة اشهر. اذا كان معدل الفائدة المعتمد هو 8 % سنوياً. ثم اذا كانت الدفعة عادية اولا ثم اذا كانت الدفعة فورية؟

الحـ

المعطيات	م= 250 دينار	ع= 8%= 0.08	ن= 16 شهر	ن* = 4 شهر

$$د = \frac{ن}{ن^*} \Longleftarrow \frac{16}{4} = 4 \text{ دفعات}$$

أ- اذا كانت الدفعة عادية :

$$ن_1 = ن - ن^* = 16 - 4 = 12 \text{ شهرا}$$

$$ن_1 = \frac{12}{12} = \text{سنة واحدة}$$

$$ن_د = \text{صفر}$$

$$ف = م \cdot ع \cdot \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

$$ف = 250 \times \frac{8}{100} \times \frac{4}{2} \times \frac{(0 + 12)}{12}$$

$$= 40 \text{ دينار}$$

ب- اذا كانت الدفعة فورية:

$$ن_1 = ن = 16 \text{ شهر}$$

$$ن_د = ن^* = 4 \text{ أشهر}$$

$$\text{ف} = 250 \times \frac{8}{100} \times \frac{4}{2} \times \frac{(4 + 16)}{12}$$

ف = 66.6 دينار

ثالثاً :- قانون جملة الدفعات :

نظرا لان جملة اي مبلغ تساوي حاصل جمع ذلك المبلغ مع فائدته فأن جملة الدفعات تساوي أيضاً مجموع مبالغ الدفعات مضافاً إلى مجموع فوائدها ، وعلينا الان الوصول الى مجموع مبالغ الدفعات لوجود القانون الخاص بفوائدها. ونظرا لان الدفعات متساوية في مبالغها فما علينا إلا ضرب ذلك المبلغ بعدد تلك الدفعات اي أن:

قاعدة ٥

- **جملة الدفعات = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد**

$$\text{جد} = \text{م.د} + \text{م} \cdot \text{ع} \cdot \frac{\text{د}}{2} (\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د})$$

مثال (2)

ماهو رصيد السيد عماد بعد سنة ونصف من دفعه مبلغ 600 دينار نهاية كل شهرين، اذا كان معدل الفائدة المعتمد 7% سنوياً ؟

الحل:

المعطيات	م= 600 دينار	ن= 18 شهر	ن* = 0 شهر	ع= 7% = 0.07

$$\text{عدد الدفعات} = \text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{18}{2} = 9 \text{ دفعة}$$

$ن_1 = ن - ن^* = 18 - 2 = 16$ شهرا

ن د = صفر

$$\text{جد} = م.د + م \cdot ع \cdot \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

$$\text{جد} = 600 \times 9 + 600 \times \frac{7}{100} \times \frac{9}{2} \times \frac{(16 + 0)}{12}$$

جد = 5400 +252 = 5652 دينار

مثال (3)

يودع السيد نبيل مبلغ 400 دينار في بداية كل شهرين ولمدة سنة، بمعدل فائدة 5% سنوياً فما هو رصيده في نهاية المدة ؟

المعطيات:	م=400 دينار	ع=5%	ن=12 شهر	ن*=2 شهر/ بداية	جد =؟

عدد الدفعات= د= $\frac{ن}{ن^*} = \frac{12}{2} = 6$ دفعة

$ن_1 = ن = 12$ شهر لان الدفعة فورية

ن د= ن* = 2

$$\text{جد} = م.د + م \cdot ع \cdot \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

$$\textbf{جد} = 400 \times \textbf{6} + 400 \times \frac{5}{100} \times \frac{6}{2} \times \frac{(12 + 2)}{12}$$

جد = 2400+70 = 2470 دينار

مثال (4)

ماهو رصيد السيد نبيل في (المثال 3) اذا كانت الدفعة عادية .

الحل:

المعطيات:	م=400 دينار	ع=5%	ن=12 شهر	ن*=2 شهر/نهاية	جد=؟

عدد الدفعات= د= $\frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{12}{2}$ = 6 دفعة

$\text{ن}_1 = 12 - 2 = 10$ أشهر

ن $_د$= صفر

جد= م. د+ م . ع. $\frac{د}{2}$ (ن_1 + ن $_د$)

$$\text{جد} = 400 \times 6 + 400 \times \frac{5}{100} \times \frac{6}{2} \times \frac{(0 + 10)}{12}$$

جد = 2400 + 50 = 2450 دينار

ويلاحظ بانه اصغر من الدفعة الفورية وذلك لان المدة الكلية قد انخفضت من 14 الى 10 وكما هو واضح.

رابعا: انواع الدفعات.

للتعامل مع أنواع الدفعات، يمكن التعرف الى حالات ثلاثة هي:

الحالة الأولى: عندما يكون مبلغ الدفعة مجهولا .

مثـال (5).

يودع السيد مصطفي مبلغا معينا في نهاية كل ثلاثة اشهر ولمدة سنة وثلاثة أشهر بمعدل فائدة 4% سنوياً، فاذا كان رصيد السيد مصطفي في نهاية العام 1785 دينار، فكم كان يودع لدى المصرف ؟

الحـل .

المعطيات	ع = 4% سنوياً	ن= 15 شهر	ن* = 3 شهر/ نهاية	جـ = 1785	م = ؟

عدد الدفعات= د= $\frac{\text{ن}}{\text{ن}^*}$ = $\frac{15}{3}$ = 5 دفعة

$ن_1$ = ن− ن* = 15− 3 = 12 شهر ⟸ $ن_د$ = صفر

$$\text{جـ} = \text{م.د} + \text{م} \cdot \text{ع} \cdot \frac{\text{د}}{2} \left(ن_1 + ن_د \right)$$

$$\frac{(0 + 12)}{12} \times \frac{5}{2} \times \frac{4}{100} \times \text{م} + 5 \times \text{م} = 1785$$

$$\text{م}\ 0.1 + \text{م}\ 5 = 1785$$

$$(0.1+5)\ \text{م} = 1785$$

$$\text{م}\ 5.1 = 1785 \longleftarrow \text{م} = 1785 \div 5.1 = 350 \text{ دينار}$$

الحالة الثانية: عندما يكون معدل الفائدة مجهولاً.

مثـال 6.

ماهو المعدل المعتمد لدى مصرف اذا علمت أنه دفع الى السيد احمد 273 دينار فوائد عن ايداع الاخير لديه مبلغ 350 دينار في بداية كل شهرين ولمدة سنتين؟

الحل:

المعطيات					
م = 350 دينار	**ف= 273**	ن* = 2 شهر/بداية	ن = 24 شهر	ع= ؟

عدد الدفعات= د= $\frac{\text{ن}}{\text{ن}^*}$ = $\frac{24}{2}$ = 12 دفعة

$ن_1$ = ن= 12 أشهر ⟸ ن د = ن* = 2 أشهر

$$ف = م \cdot ع \cdot \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

273= 45.5 ع ع = 273 ÷ 45.5 = 6% سنويا

الحالة الثالثة: عندما تكون هناك دفعات ايداع ودفعات سحب.

في هذه الحالة نستخرج جملة دفعات الايداع ونطرح منها جملة دفعات السحب وكما يوضحها المثال التالي:

مثال 7.

يودع السيد اسامة مبلغ 400 دينار في بداية كل شهرين فيما يسحب مبلغ 200 دينار بعد كل شهر واحد من كل ايداع، فإذا كان معدل الفائدة المعتمد للايداع 3% سنويا وللسحب 6% سنوياً فما هو رصيد السيد اسامة في نهاية سنة وشهرين.

الحل :

1- ايجاد جملة الايداعات.

المعطيات					
م = 400	ع = 3 %	ن = 14 شهر	ن* = 2 شهر/بداية	جد=؟

عدد الدفعات = د= $\frac{\text{ن}}{\text{ن}^*}$ = $\frac{14}{2}$ = 7 دفعة

ن_1 = ن = 14 شهر

ن د = ن* = 2 شهر

جد= م.د+ م . ع. $\frac{\text{د}}{2}$ (ن_1 + ن د)

جد = 400 × 7 + 400 × $\frac{3}{100}$ × $\frac{7}{2}$ × $\frac{(2 + 14)}{12}$

= 2800 + 56 = 2856 دينار جملة الايداعات

ثانيا: ايجاد جملة المسحوبات:

المعطيات	م= 200	ع = 6 %	ن = 13 شهر	ن* = 1 شهر / نهاية

جد= م. د + م . ع. $\frac{\text{د}}{2}$ ن$_1$ + ن د)

جد = 200 × 7 + 200 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{7}{2}$ × $\frac{(1 + 13)}{12}$

جد = 1400 +49 = 1449 دينار جملة المسحوبات

الرصيد = الايداعات – المسحوبات

= 2856- 1449 = 1407 دينار

تمارين الفصل الثالث

س1- ما هو رصيد السيد مؤيد بعد ايداع دفعة شهرية مبلغها 180 دينار لمدة سنة وثلاثة أشهر بمعدل فائدة 9% سنويا ؟ اذا كانت :

أ – الوديعة فورية

ب– الوديعة عادية

س2- ما هو المبلغ الذي يودعه السيد صالح في بداية كل شهرين ليحصل بعد سنة وثمانية أشهر من الايداع على مبلغ مقداره2220 دينار ، اذا كان معدل الفائدة المعتمد 12 % سنويا ؟

س3- ما هو المعدل المعتمد لدى مصرف اذا عملت انه دفع إلى السيد فلاح مبلغ 14840 دينار وذلك بعد ايداع الأخير لديه مبلغ480 دينار في بداية ومنتصف كل شهر لمدة سنة وثلاثة أشهر ؟

س4- يودع السيد نصير مبلغ 200 دينار في بداية كل شهرين فيما يسحب مبلغ 100 دينار بعد شهر من كل ايداع فاذا كان معدل الفائدة المعتمد للايداع هو 6% وللسحب 8 % فما هو رصيد السيد نصير بعد سنة وشهرين ؟

س5- كم هو المبلغ الذي يودعه السيد حمزه في بداية كل شهر ليكون رصيده في نهاية العام 5008 دينار ، علما أن معدل الفائدة 8 % سنويا؟

س6- ماهو رصيد السيد وسام بعد ايداع دفعة مقدارها 300 دينار تدفع في نهاية كل ثلاثة أشهر ولمدة سنة، اذا كان معدل الفائدة المعتمد 4% سنويا؟

س7- يودع السيد محمود دفعة شهرية قدرها 500 دينار في بداية كل شهر، ثم يسحب 300 دينار في منتصف كل شهر، فكم يبلغ رصيده في نهاية سنة واحدة، اذا كان معدل الفائدة 6% سنويا؟

الفصل الرابع: تسديد القروض قصيرة الأجل

أهداف الفصل: في نهاية الفصل يكون الطالب قادرا على:

أولا: حساب الجملة والتعرف على على آلية تسديد القروض قصيرة الأجل.

ثانيا: استخدام طرق دفع الفوائد والأقساط الدورية المتساوية والمتناقصة.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

أولا: القسط الواحـــد .

ثانياً : دفع الفوائد مقدمـــاً .

ثالثاً : الفوائد الدورية المتساويـة .

رابعا: الفوائد الدورية المؤجلة

خامسا: الأقساط الدورية المتساويـة .

سادسا : الأقساط المتناقصـــة.

تمهيد:

تعد **القروض التجارية** من الركائز الأساسية لاقتصاديات أي بلد، لما تساهم به من عمليات انتقال للأموال بين الأفراد والمؤسسات ذات الفائض المالي وذات الاحتياج المالي، وما يتبع ذلك من دور مهم في تنمية وتطوير كل من عمليات الادخار والاستثمار والإنتاج في ذلك البلد، إضافة إلى كونه أسلوبا من أساليب التبادل التجاري المتمثل بالبيع والشراء بالآجل. ومن الناحية المصرفية، تكتسب أهمية القروض المصرفية بعداً أخر كونها أهم موجودات المصرف التي قد تصل أحيانا إلى ثلثي هذه الأصول، وهي تحقق للمصارف اكبر الإيرادات، إذ ان فوائد القروض تعد المصدر الأول لتلك الإيرادات.

وإذا كانت الثقة هي الأساس الأول في عملية الاقتراض، فان سداد القرض بصيغة تتناسب مع إمكانيات وقدرات المدين المادية من جانب وبما يحقق ويحافظ على مصالح الدائن وحقوقه من الجانب الآخر، تعد حجر الزاوية في بناء جسور تلك الثقة وتركيز دعائمها.

ومن هنا تنوعت أساليب سداد القروض، وبما يتناسب مع أهداف الجانبين المدين والدائن، وتجدر الإشارة هنا إلى تنوع تقسيمات القروض، وفق أسس مختلفة، من أهمها هو التقسيم الزمني الذي يقسم القروض إلى قروض قصيرة الأجل وأخرى طويلة الأجل، والذي تأتي أهميته من كونه المعيار المعتمد (عادة) لاستخدام الطريقة المناسبة في حساب الفائدة على تلك القروض، إذ تستخدم الفائدة البسيطة في القروض قصيرة الأجل، فيما تستخدم الفائدة المركبة في القروض طويلة الأجل، ومن هنا يأتي هذا الفصل خاصاً بتسديد القروض قصيرة الأجل التي تعتمد الفائدة البسيطة على أننا سننتهج في شرح هذا الموضوع إلى استعراض أهم طرق سداد القروض قصيرة الأجل مقسمين كل واحدة منها إلى مرحلتين:

1. عند الاقتراض: حيث يتم في هذا المرحلة احتساب الفوائد والأقساط وتحديد تواريخها.

2. عند التأجيل: اذ انه من المحتمل أن لا تتم عملية سداد القرض أو الأقساط في تواريخها المحددة، فيتأخر المدين عن السداد، وعند ذلك يتعين عليه تحمل فوائد إضافية قد تكون بذات أسعار فائدة الاقتراض أو بأسعار فائدة أعلى.

أما أهم طرق سداد القروض قصيرة الأجل هي:

1. القسط الواحد .
2. سداد الفوائد مقدماً .
3. الفوائد الدورية المتساوية .
4. الأقساط الدورية المتساوية .
5. الأقساط المتناقصة .

على ان من الجدير بالذكر أن الاختلاف الرئيس بين جميع الطرق السابقة في سداد القروض قصيرة الأجل، هو اختلافها في تواريخ سداد القرض وتواريخ سداد فوائده. وفيما يلى استعراض لتلك الطرق:

اولاً: طريقة القسط الواحد.

وفق هذه الطريقة يتم احتساب جملة القرض (القرض مع فوائده)، حيث تحرر بموجبها ورقة تجارية واجبة السداد في تاريخ استحقاق القرض. ومن الناحية الرياضية يمكن الوصول إلى ذلك بواحدة من قاعدتين:

القاعدة ١	القاعدة ٢
اعتماد قانون الجملة مباشرة	حساب الفائدة اولاً ، ثم حساب الجملة
ج = م (١+ ن. ع)	ف = م . ن . ع ⟵ ج = م + ف

مثـال1:

اقترض السيد أمجد مبلغ 6000 دينار بمعدل فائدة بسيطة 4% سنوياً، متعهداً سداده مع فوائده بعد 9 اشهر، فما هو المبلغ الواجب دفعه من قبل السيد أمجد في تاريخ استحقاق القرض؟

الحـل .

المعطيات	م= 6000 دينار	ع = 4%	ن= 9 أشهر	ج =؟

ج = م (1+ ن. ع)

$$ج = م \left(1 + \frac{ن}{12} \times \frac{ع}{100}\right)$$

$$ج = 6000 \left(1 + \frac{9}{12} \times \frac{4}{100}\right)$$

ج = 6000 (1.03) = 6180 دينار المبلغ الواجب دفعه

ملاحظة:

في بعض الأحيان لايتمكن المدين من تسديد القرض في موعده المحدد. وفي هذه الحالة يتقدم بطلب تأجيل السداد إلى تاريخ لاحق، مما يحمله أعباء إضافية جديدة تتمثل بفوائد التأخير او فوائد التأجيل التي تحتسب على أساس ما يأتي:

1- على جملة القرض لاعلى مبلغه.

2- على مدة التأجيل الممتدة من تاريخ الاستحقاق الأول إلى تاريخ الاستحقاق الثاني.

3- بمعدل فائدة جديد قد يكون مساوياً أو اكبر من معدل فائدة الاقتراض.

وفي هذه الحالات نستخدم قانون الجملة المباشرة لحساب المبلغ الواجب تسديده، وكما في القاعدة 3:

القاعدة ٣

قانون الجملة المباشرة: ج ج = ج (١+ ن٢. ع٢)

ج ج = هي جملة الجملة . اي الجملة الجديدة التي تستخرج اعتماداً على اعتبار الجملة الأولى كمبلغ جديد للقرض.

مثـال2:

على افتراض عدم تمكن السيد أمجد في المثال "1" من التسديد في الموعد المحدد، وتقدم بطلب لتأجيل القرض ثلاثة اشهر مع تحمله فوائد تأجيل بمعدل 5% سنوياً . فما هو المبلغ الذي يسدده السيد أمجد؟

الحـل .

المعطيات	$ن_2$ = 3 اشهر	$ع_2$= 5% سنوياً	ج = 6180 دينار	ج ج=؟

$$ج\ ج = ج\ (1+ ن_2 . ع_2)$$

$$ج\ ج = ج\ (1+ \frac{ن_2}{12} \times \frac{ع_2}{100})$$

$$ج\ ج = 6180\ (1+ \frac{3}{12} \times \frac{5}{100})$$

ج ج = 6257.25 القيمة الاسمية

مثال 3.

اقترض السيد حامد مبلغ 2000 دينار على أساس تسديده مع فوائده بعد سنة بمعدل فائدة 6% سنويا، وفي تاريخ الاستحقاق طلب تأجيل المبلغ المستحق لمدة (6) أشهر أخرى، بمعدل تأجيل 8% سنويا. فما هو المبلغ الواجب تسديده؟

الحل:

المعطيات	م= 2000 دينار	ن= 12 شهر	ع= 6% = 0.06

مدة التأجيل = 12 – 6 = 6 أشهر

$$ج = ج (1+ \frac{ن}{12} \times \frac{ع}{100})$$

$$ج = 2000 (1 + \frac{12}{12} \times \frac{6}{100})$$

ج = 2000 × 1.06 = 2120 دينار الجملة

$$ج ج = ج (1+ ن_2 \cdot ع_2)$$

$$ج ج = ج (1+ \frac{ن_2}{12} \times \frac{ع_2}{100})$$

$$ج ج = 2120 (1 + \frac{6}{12} \times \frac{8}{100})$$

ج ج = 2120 × 1.04 = 2204.8 دينار المبلغ الواجب سداده

ثانياً : دفع الفوائد مقدماً.

في هذه الطريقة يتم استقطاع مبلغ الفائدة بعد احتسابه مباشرة من مبلغ القرض، ويستلم المقترض ما تبقى، أو ما يسمى بصافي مبلغ القرض (ص). وعليه فاننا في هذه الحالة سنستخرج الفائدة اولاً ثم نستخرج صافي مبلغ القرض وكما في القاعدة الآتية:

القاعدة ٤

ف =م .ن .ع

صافي مبلغ القرض = مبلغ القرض – الفائدة

ص = م - ف

مثـال 3.

اقترض السيد اركان مبلغ 25000 دينار من أحد المصارف على اساس سدادها بعد سنة ونصف فيما تحتسب الفوائد بمعدل 5% سنوياً وتستقطع مقدما، فما هو المبلغ الذي سيستلمه السيد اركان وما هو المبلغ الذي سيسدده في تاريخ الاستحقاق؟

الحل:

م = 25000	ع = 5% سنويا	ن= 1.5 سنة (6+12) = 18 شهر	ص=؟

$$ج\ ج = ج\ (1+ ن_2 \cdot ع_2)$$

$$ف = م \times \frac{ن}{12} \times \frac{ع}{100}$$

$$ف = 25000 \times \frac{18}{12} \times \frac{5}{100}$$

ف = 1875 دينار

ص = م – ف

ص = 25000 ـــ 1875 = 23125 دينار (المبلغ المستلم من قبل السيد أركان)

اما المبلغ الواجب سداده في تاريخ الاستحقاق فهو مبلغ القرض فقط والبالغ 25000 دينار.

ملاحظة:

عند تأجيل السداد وفق هذه الطريقة، فانه يتوجب احتساب الفائدة الجديدة (فائدة التأجيل) على المبلغ المستحق في تاريخ الاستحقاق والمتمثل بمبلغ القرض فقط، على ان يتم دفعها عند الاتفاق على التأجيل وعدم تأخيرها الى تاريخ الاستحقاق الجديد.

مثال4.

اقترض السيد محمود مبلغ 8000 دينار لمدة سنة وثلاثة اشهر على ان يدفع الفوائد مقدما بمعدل 4% سنويا. وفي تاريخ الاستحقاق طلب التأجيل لمدة ستة اشهر وبنفس معدل الفائدة. فما المبلغ المستلم عند الاقتراض والمبلغ المدفوع عند التاجيل.

الحل:

م = 8000	ع =4%	ن= سنة واحدة وثلاثة أشهر = 12+3 =15	ص=؟

ف = م × ن × ع

$$ف = م \times \frac{ن}{14} \times \frac{ع م}{100}$$

$$ف = 800 \times \frac{15}{12} \times \frac{4}{100}$$

ف = 400 دينار

ص = م – ف = 8000 – 400 = 7600 دينار المبلغ المستلم عند الاقتراض

وعند التاجيل فان:

$$ف = م \times ن \times ع$$

$$ف = م \times \frac{ن}{12} \times \frac{ع}{100}$$

$$ف = 8000 \times \frac{6}{12} \times \frac{4}{100}$$

$$ف = 160 \text{ دينار}$$

وعليه ان يدفع مبلغ 160 دينار فائدة التاجيل، وفي تاريخ الاستحقاق عليه دفع مبلغ القرض البالغ 8000 دينار.

تمارين (4-1)

س1: اقترض السيد رياض مبلغ 2000 دينار بمعدل فائدة بسيطة قدرها 4% سنويا متعهدا بتسديده مع فوائده بعد (6) أشهر. فما هو المبلغ الواجب تسديده في تاريخ استحقاق القرض؟

س2: اقترض السيد محمود مبلغ 1000 دينار بمعدل فائدة بسيطة، على ان يسددها بعد 9 أشهر، على ان تدفع الفوائد مقدما بمعدل 4% سنويا، وفي تاريخ الاستحقاق طلب تأجيل القرض لمدة (3) أشهر أخرى مع تحمله فوائد التأجيل بمعدل فائدة 8% سنويا، فما هو المبلغ الذي يسدده السيد محمود؟

س3: اقترض السيد تحسين مبلغ 2000 دينار على أساس سداده بعد سنة وستة أشهر، فيما تحتسب الفوائد بمعدل 3% سنويا تستقطع مقدما، ما هو المبلغ الذي سيستلمه السيد تحسين، وما هو المبلغ الذي سيسدده في تاريخ الاستحقاق؟

س4: اقترض السيد بسام مبلغ 4000 دينار على أساس سداده مع فوائده بعد سنة بمعدل 9% سنويا تستقطع مقدما، فما هو المبلغ الواجب سداده في تاريخ الاستحقاق.

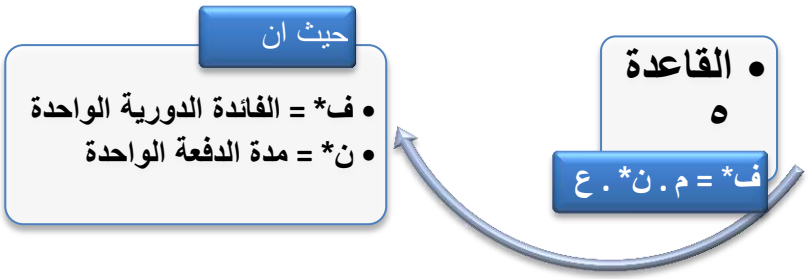
ثالثاً :الفوائد الدورية المتساوية :

تعتمد هذه الطريقة على سداد مبلغ القرض في نهاية المدة، اما الفوائد فتحتسب وتوزع بصورة متساوية على فترات دورية، على ان يدفع في الدفعة الأخيرة مبلغ القرض مضافاً اليه فائدة دورية واحدة.

وتحتسب الفائدة الدورية الواحدة بواحدة من الطريقتين التاليتين:

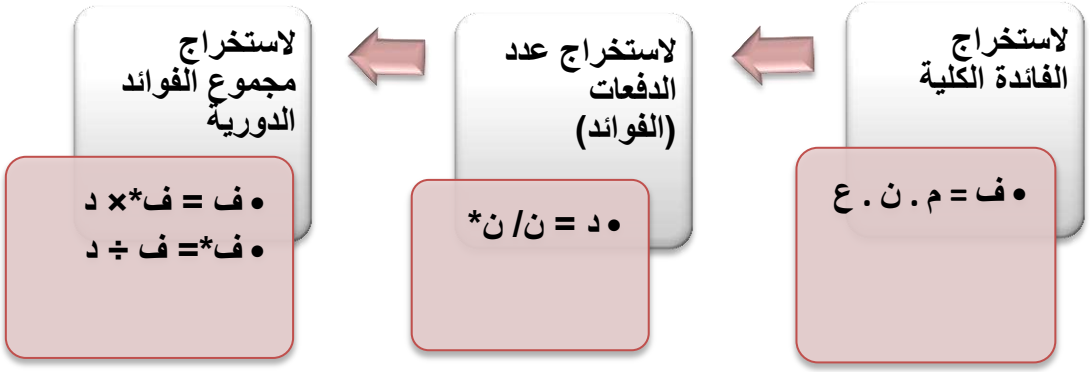
1- حساب الفائدة الدورية بشكل مباشر:

وتحتسب الفائدة الدورية هنا على أساس ثلاثة عناصر هي (مبلغ القرض ومعدل الفائدة ومدة الدفعة الواحدة) وفق القاعدة الآتية:



2- حساب الفائدة الدورية من خلال الفائدة الكلية.

وتحتسب الفائدة الدورية هنا بعد احتساب الفائدة الكلية على اساس ثلاثة عناصر هي (مبلغ القرض ومعدل الفائدة ومدة الدفعات)، وبعد ذلك يتم تقسيم هذه الفائدة على عدد الدفعات للوصول الى الفائدة الدورية الواحدة، وفق القاعدة الآتية:



أما بالنسبة للقسط الأخير فيحتسب وفق القاعدة الآتية:

مثال 5:

اقترض السيد محمد مبلغ 10000 دينار على أساس سداده بعد سنتين مع دفع الفوائد بمعدل 6% سنويا بصورة دورية متساوية في نهاية كل ثلاثة اشهر. فما هي الفائدة الدورية الواحدة. وما هو مجموع الفوائد التي تحملها السيد محمد وما هو مبلغ القسط الأخير؟

الحل:

المعطيات	م= 10000	ع= 6% سنويا	ن =2 سنة	ن*= 3 شهر

د = ن ÷ ن*= 24 ÷ 3 = 8 عدد الفوائد الدورية

ف* = م . ن* . ع

$$ف^* = م \times \frac{ن^*}{12} \times \frac{ع}{100}$$

$$ف^* = 10000 \times \frac{3}{12} \times \frac{6}{100}$$

ف*= 150 دينار الفائدة الدورية الواحدة

ف = ف* × د = 150× 8 = 1200 دينار مجموع الفوائد

س = م + ف* = 10000+ 150= 10150 دينار القسط الأخير

مثال 6:

اقترض السيد رعد مبلغ 8000 دينار لمدة سنتين ونصف، وتعهد بتسديد الفوائد الدورية بمعدل 5% في نهاية كل (3) أشهر. ما مقدار الفائدة الدورية الواحدة، وماهو مجموع الفوائد الدورية، وماهو مقدار القسط الأخير؟

الحل:

م=8000 دينار	ع=%5=0.05	ن=2.5 سنة= 2.5 × 12= 30	ن= 3 أشهر

د = ن ÷ ن*= 30 ÷ 3 = 10 عدد الفوائد الدورية

ف* = م . ن* . ع

$$ف^* = م \times \frac{ن^*}{12} \times \frac{ع}{100}$$

$$ف^* = 8000 \times \frac{3}{12} \times \frac{5}{100}$$

ف*= 100 دينار الفائدة الدورية الواحدة

ولاستخراج مجموع الفوائد الدورية، فان:

ف = ف* × د = 100× 10 = 1000 دينار مجموع الفوائد او الفائدة الكلية

لاستخراج القسط الأخير:

س = م + ف* = 8000 + 100= 8100 دينار القسط الأخير

تمارين (4-2)

س1: اقترض تاجر مبلغ 3000 دينار على أساس تسديده بعد سنتين، وتعهد بدفع فائدته الدورية بمعدل 6% في نهاية كل 4 أشهر. فما هو مقدار الفائدة الدورية الواحدة، وما هو مجموع الفوائد الدورية التي تحملها التاجر؟

س2: اقترض شخص مبلغ 20000دينار لمدة (4) سنوات، واتفق مع دائنه على تسديد فائدته الدورية بمعدل 5% في نهاية كل (3) أشهر من مقدار القسط الأخير في نهاية مدة القرض؟

س3: اقترض شخص مبلغ 9000 دينار وتعهد بتسديد فائدته الدورية بمعدل 4% في نهاية كل (6) أشهر ولمدة (3) سنوات، فما هو:

1- مقدار الفائدة الدورية الواحدة؟

2- عدد الفوائد الدورية خلال مدة القرض؟

3- مجموع الفوائد الدورية؟

4- مقدار القسط الأخير

س4: اقترض تاجر مبلغا مقداره 12000 دينار على أساس تسديد فائدته الدورية بمعدل معين كل 4 أشهر ولمدة سنتين. فما مقدار الفائدة الدورية وما هو المعدل اذا علمت ان القسط الأخير كان 12600 دينار؟

رابعا: الفوائد الدورية المؤجلة.

عندما يطلب المدين تأجيل بعض او جميع الفوائد الدورية التي تستحق عليه الى تاريخ استحقاق مبلغ القرض ليسددها جميعاً، فان عليه ان يتحمل فوائد تأجيل على الفوائد الدورية المؤجلة، وبما ان هذه الفوائد تكون بصورة دورية متساوية، عليه يمكن حساب فوائد تأجيلها مرة واحدة باعتماد قانون الدفعات مع ملاحظة ان هذه الفوائد هي دفعات عادية لأنها دفعات سداد، (الا اذا ذكر غير ذلك)، وعند تاريخ استحقاق مبلغ القرض يكون على المدين سداد المبالغ الآتية:

- **المبلغ الأصلي للقرض (م).**
- **الفوائد الدورية المؤجلة (ف*).**
- **الفوائد التأخيرية على الفوائد الدورية المؤجلة.**

ومن هنا يمكن الوصول الى المبلغ المطلوب سداده عند التأجيل وفق القاعدة الآتية:

القاعدة ٧

المبلغ المطلوب = مبلغ القرض + الفوائد الدورية المؤجلة + فوائد تأجيل

او المبلغ المطلوب = مبلغ القرض + جملة الفوائد الدورية المؤجلة

$$م\ ط = م + ف^* . د^* + ف^* . ع_2 . \frac{د^*}{2} (ن1 + ن^*_د)$$

حيث ان:

م ط = المبلغ المطلوب سداده في تاريخ الاستحقاق الجديد في حالة التأجيل

د* = عدد الفوائد الدورية المؤجلة

ن1 = مدة الدفعة الاولى والتي يمكن استخراجها كما يلي-:

د= ن ÷ ن* (د = العدد الكلي للدفعات)

العدد الكلي للدفعات = الدفعات المؤجلة + الدفعات المسددة

د = د* + الدفعات المسددة

د* = د- الدفعات المسددة

ن = د* . ن*

ن1 = ن - ن* (لأن الدفعة عادة عادية)

ن1 = (د* × ن*) - ن*

ن*د = صفر (عادة)

ملاحظة: تذكر بعض الكتب قانون فوائد التأجيل كما في الصيغ الآتية:

$$\text{مج فتأ} = \frac{\text{م} \times \text{المدة} \times \text{ع}}{1200} \times \frac{\text{ع}^2}{1200} \times \frac{\text{ن}}{2} \times (\text{أ} + \text{ل})$$

ك = ن + ن*

حيث ان:

ن = عدد الفوائد الدورية المؤجلة

ن*= عدد الفوائد المسددة

أ = (ن -1) × المدة

مثال 7:

اقترض السيد احمد مبلغ 5000 دينار على اساس سدادها بعد اربع سنوات على أن تدفع الفوائد بمعدل 8% سنوياً وبصورة دورية متساوية في نهاية كل ثلاثة اشهر. وبعد القسط الخامس توقف عن السداد طالباً تأجيل ما تبقى الى تاريخ استحقاق القسط الاخير مع تحمله فوائد تأجيل بمعدل 10% سنوياً . فما هو المبلغ الواجب دفعه في ذلك التاريخ .

الحل:

م= 5000 دينار	**ن = 4 سنة = 48 شهر**	**ع2 = 10% = 0.1 سنويا**
الاقساط المدفوعة = 5 دفعات	**ن*= 3 أشهر= 3÷12= 0.25**	**ع = 8% سنويا = 0.08**

ف* = م . ن* . ع

ف* = 5000 × 0.25 × 0.08 = 100 دينار الفائدة الدورية الواحدة

د = ن÷ ن* = 48÷3 =16 دفعة (العدد الكلي للدفعات)

د* = 16 −5 =11 دفعة (عدد الدفعات المؤجلة)

ن1 = (د* × ن*) − ن*

ن1 = (11 × 3) − 3 = 30 شهرا لأنها عادية

$$\text{م ط} = \text{م} + \text{ف}^* \cdot \text{د}^* + \text{ف}^* \cdot \text{ع}_2 \cdot \frac{\text{د}^*}{2} \left(\text{ن}_1 + \text{ن}^* \text{د} \right)$$

$$\text{م ط} = 5000 + 11 \times 100 + 100 \times \frac{10}{100} \times \frac{11}{2} \times \frac{(0 + 30)}{12}$$

م ط = 5000 +1100 + 137.5

= 6237.5 دينار المبلغ المطلوب

مثال 8:

اقترض شخص مبلغ 24000 دينار لمدة سنتين ونصف، وتعهد بتسديد فائدته الدورية بمعدل 5% في نهاية كل (3) أشهر. وبعد ان سدد المدين الفوائد الدورية الثلاث

الآولى في مواعيدها بصورة منتظمة، اتفق مع دائنه على تأجيل بقية الفوائد الدورية الى تاريخ الاستحقاق بفائدة تأخير بمعدل 6%. فما هي مجموع فوائد التأجيل؟ وماهو المبلغ الواجب دفعه في ذلك التاريخ؟

الحل:

المعطيات	ع = 5%=0.05	ن= 2.5×12=30	مج فتا=؟
م= 24000 دينار	ع2= 6%= 0.06	ن*=3	م ط=؟

د = ن÷ ن* = 30 ÷ 3 = 10 دفعات(العدد الكلي للدفعات)

العدد الكلي للدفعات = فوائد دورية مؤجلة + فوائد دورية مسددة

10 = د* + 3

د* = 10 – 3 = 7 عدد الفوائد الدورية المؤجلة

ن1 = (د*× ن*) – 3

ن1 = (7 × 3) – 3

ن1 = 21 – 3 = 18 شهر (مدة الدفعة الاولى)

مج فوائد التأجيل= م . ن*. ع. ع2 . $\frac{\text{د*}}{2}$ **(ن1 + ن*د)**

مجموع فوائد التأجيل $= 24000 \times \frac{3}{12} \times \frac{5}{100} \times \frac{6}{100} \times \frac{7}{2} \times \frac{(0+18)}{12}$

مجموع فوائد التأجيل= 94.5 دينار

م ط = م + ف*. د* + مجموع فوائد التأجيل

م ط = 24000+ (300 × 7) + 94.5

م ط= 24000 + 2100 + 94.5 = 26194.5 دينار

تمارين (4-3)

س1: اقترض تاجر مبلغ 72000 دينار على أساس تسديد فوائده الدورية المتساوية بمعدل 5% في نهاية كل شهرين ولمدة سنة ونصف. وبعد ان سدد (5) من الفوائد الدورية في مواعيدها بصورة منتظمة أجل بقية الفوائد الى تاريخ الاستحقاق بفائدة تأجيل 6%. فما مقدار مجموع فوائد التأجيل وما مقدار المبلغ الواجب دفعه؟

س2: اقترض شخص مبلغ 6000 دينار على أساس سدادها بعد (4) سنوات بمعدل فائدة 10% سنويا وبصورة فوائد دورية متساوية في نهاية كل (3) أشهر. وبعد ان سدد القسط السادس أجل بقية الفوائد الدورية الى تاريخ الاستحقاق بفائدة تأجيل 12%. فما هي مجموع فوائد التأجيل؟وما هو المبلغ الواجب دفعه في ذلك التاريخ؟

س3: اقترض شخص مبلغ 27000 دينار لمدة (3) سنوات بمعدل 4% في نهاية كل (6) أشهر. وبعد ان سدد الفوائد الدورية الثلاث الأولى في مواعيدها، اجل بقية الفوائد الى تاريخ الاستحقاق بمعدل فائدة تأجيل قدرها 5%. فما هومجموع فوائد التأجيل؟ وما هو المبلغ الواجب دفعه في ذلك التاريخ؟

س4: اقترض تاجر مبلغ 36000 دينارعلى أساس سدادها في 3 سنوات بمعدل 8% وبصورة دورية متساوية في نهاية كل (4) أشهر. وبعد ان سدد الفائدة الدورية الأولى في موعدها أجل بقية الفوائد الى تاريخ الاستحقاق بمعدل فائدة تأجيل 6%. فما هي مجموع الفوائد الدورية المؤجلة؟ وماهو المبلغ المطلوب تسديده في ذلك التاريخ؟

خامسا: القسط الثابت او الأقساط الدورية المتساوية:

وهى تعتمد على ان تكون اقساط السداد دورية ومتساوية يتضمن كل منها جزءاً من مبلغ القرض وجزءاً من الفائدة غير مفصولين عن بعضهما، وذلك على أساس تساوي مبلغ القرض وفائدته مع مبالغ الاقساط وفوائدها، باعتماد القاعدة الآتية:

قاعدة 8

جملة القرض = جملة الاقساط

م + ف = مج س (س = مقدار القسط الواحد)

م + ف = س.د + س . ع . د/٢(ن١+ن د)

م + م . ن . ع = س.د + س . ع . د/٢(ن١+ن د)

على اساس ان مبلغ القرض هو مبلغ منفرد ويمكن استخراج جملته بقانون الجملة للمبلغ الواحد، بينما تتكون الاقساط من مبالغ دورية متساوية يتوجب اعتماد قانون الدفعات في استخراج جملتها

مثـال9:

ماهو مبلغ القسط الواحد لقرض مقداره 10000 دينار يسدد باقساط شهرية متساوية لمدة 2 سنة اذا كان معدل الفائدة المعتمد 6% سنويا.

الحـــل .

المعطيات	م = 10000 دينار	ع = 6%	ن = 2 سنة	ن*= 1 شهر

جملة القرض = جملة الأقساط

$$م + م . ن . ع = س. د + س. ع. \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

$$\frac{(0+23)}{12} \times \frac{24}{2} \times \frac{6}{100} \times س + 24 \times س = \frac{6}{100} \times \frac{24}{12} \times 10000 + 10000$$

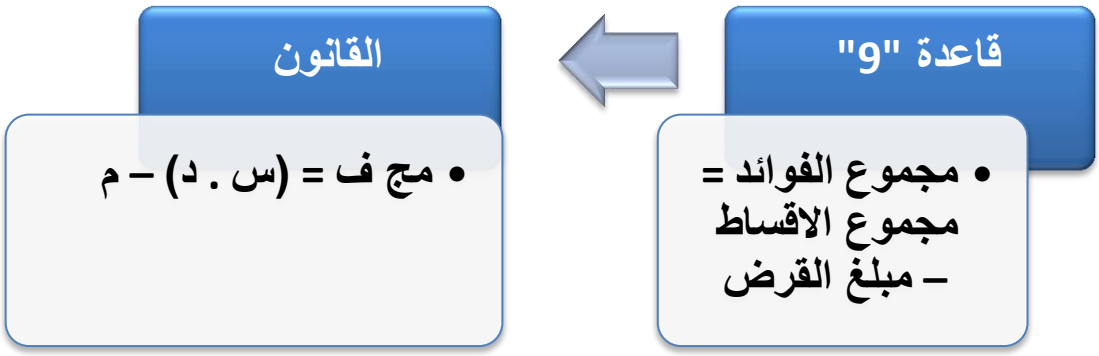
112000 = 24 س + 1.379 س

112000 = (24 + 1.379) س

112000 = 25.379 س

$$س = \frac{11200}{25.379} = 441.30 \text{ دينار مبلغ القسط}$$

وفي حالة تساوي الأقساط، فانه يمكن استخراج **مجموع الفوائد** التي يتحملها المدين في هذه الحالة . باستخراج مجموع الاقساط التي سيدفعها ونطرح منها مبلغ القرض. وكما يلي:



مثـــال10

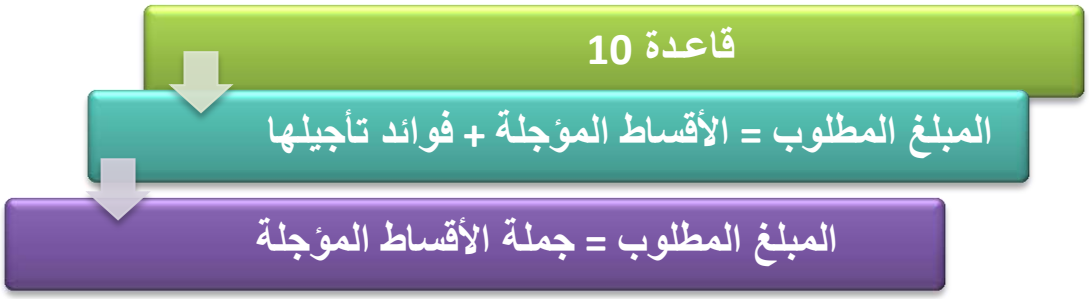
ما هي الفوائد التي تحملها السيد احمد في عملية اقتراضه في المثال 7" ؟

الحل:

مج ف = (س. د) – م = (24 × 441.30) – 10000

= 10591.2 – 10000 = 591.2 دينار

في بعض الاحيان يتم الاتفاق بين المدين والدائن على تأجيل سداد عدد من الاقساط الى تاريخ استحقاق القسط الاخير، وفي هذه الحالة يتحمل المدين فوائد تأخير او تأجيل للاقساط التي سيقوم بتأجيلها فيتوجب عليه في تاريخ استحقاق القسط الاخير سداد الاقساط المؤجلة مضافاً اليها فوائد تأجيلها، اي عليه دفع جملة الاقساط المؤجلة وفق القاعدة الآتية:



أي ان:

$$\text{م ط} = \text{س} \cdot \text{د}^* + \text{س} \cdot \text{ع}_2 \cdot \frac{\text{د}^*}{2} (\text{ن}_1 + \text{ن د}^*)$$

حيث ان

د* = الأقساط المؤجلة فقط

ن1 = مدة القسط الأول من الأقساط المؤجلة ويحتسب كما يلي:

ن1 = د* × ن* − ن*

ن د = هي مدة القسط الأخير وعادة ما تساوي صفر

مثـال11

اقترض السيد امجد مبلغ 9000 دينار على اساس سدادها باقساط شهرية متساوية ولمدة سنتين، وبعد القسط العاشر طلب تأجيل ما تبقى الى تاريخ استحقاق القسط الاخير، فاذا علمت ان معدل الفائدة المعتمد هو 9% للاقتراض و 10% سنوياً للتأجيل. فما هو المبلغ الواجب دفعه من قبل السيد امجد في تاريخ الاستحقاق الاخير؟ وما هو حجم الفوائد الكلي الذي تحمله في عمليتي الاقتراض والتأجيل؟

الحـــل .

م = 9000 دينار	ن = 24	ن*= 1 شهر	ع = 9%	ع2= 10%
د = ن÷ ن* = 24÷1 = 24 قسط		ن1= ن − ن* =24− 1 = 23 شهر		ن د = صفر

1- عند الاقتراض:

جملة القرض = جملة الاقساط

$$\text{م} + \text{م} \cdot \text{ن} \cdot \text{ع} = \text{س} \cdot \text{د} + \text{س} \cdot \text{ع} \cdot \frac{\text{د}^*}{2} (\text{ن}_1 + \text{ن}_\text{د})$$

$$9000 + 9000 \times \frac{24}{12} \times \frac{9}{100} \times \frac{24}{2} \times \frac{(0+23)}{12} = \text{س} \times 24 + \text{س} \times 2.07$$

$$9000 + 1620 = 24 \text{ س} + 2.07 \text{ س}$$

$$10620 = (24 + 2.07) \text{ س}$$

$$10620 = 26.07 \text{ س}$$

$$\text{س} = \frac{10620}{26.07} = \mathbf{407} \text{ دينار مبلغ القسط الأول}$$

2- عند التأجيل

عدد الأقساط المدفوعة = 10

عدد الأقساط المؤجلة = د* = 24 – 10 = 14

ن1 = ن* × د* – ن* = 14× 1 – 1 = 13 شهر

ن د = صفر

وبما ان:

$$\text{م ط} = \text{س} \cdot \text{د}^* + \text{س} \cdot \text{ع}_2 \cdot \frac{\text{د}^*}{2} (\text{ن}_1 + \text{ن د})$$

فان:

$$\text{م ط} = 407 + 14 \times 407 \times \frac{10}{100} \times \frac{14}{2} \times \frac{0+13}{12}$$

م ط = 5698 + 309 = 6007 دينار المبلغ المطلوب سداده عند التأجيل

مجموع الفوائد = المبالغ المسدّدة – مبلغ القرض

المبالغ المسددة = الأقساط المسددة + المبلغ المطلوب عند التأجيل

= 10 × 407 + 6007 = 10077 دينار

مجموع الفوائد = 10077 – 9000 = 1077 دينار

سادسا : الأقساط المتناقصة:

وتعتمد هذه الطريقة على تقسيم مبلغ القرض الى اجزاء متساوية اعتماداً على عدد الاقساط، ومن ثم احتساب الفائدة لكل قسط على اساس الفائدة على الرصيد المتبقي للقرض. ففي القسط الأول تدفع الفائدة على مبلغ القرض كاملاً، وفي القسط الثاني تدفع الفائدة على مبلغ القرض مطروحاً منه الجزء الأول(المدفوع)، وفي القسط الثالث تدفع الفائدة على مبلغ القرض مطروحاً منه الجزئين الاول الثاني ... وهكذا لبقية الاقساط. ويمكن اعتماد الخطوات الآتية لتحديد جميع الاقساط ومن ثم حساب مجموع الفوائد وكذلك استخراج اي قسط نرغب الوصول اليه ، وبالتطبيق على المثال التالي:

مثـــال: 12

اقترض السيد ثائر مبلغ 36000 دينار على اساس سدادها باقساط شهرية متناقصة خلال عام مع دفع الفوائد على الرصيد بمعدل 8% سنوياً .

الحل:

المعطيات	م =36000 دينار	ن = 1 سنة	ن* = 1 شهر	ع = 8% سنويا

استخراج عدد الأقساط (د)، وكما هو معروف بقسمة (ن) على (ن*)

د = ن ÷ ن* ⟵ د = 12÷ 1 = 12 قسط

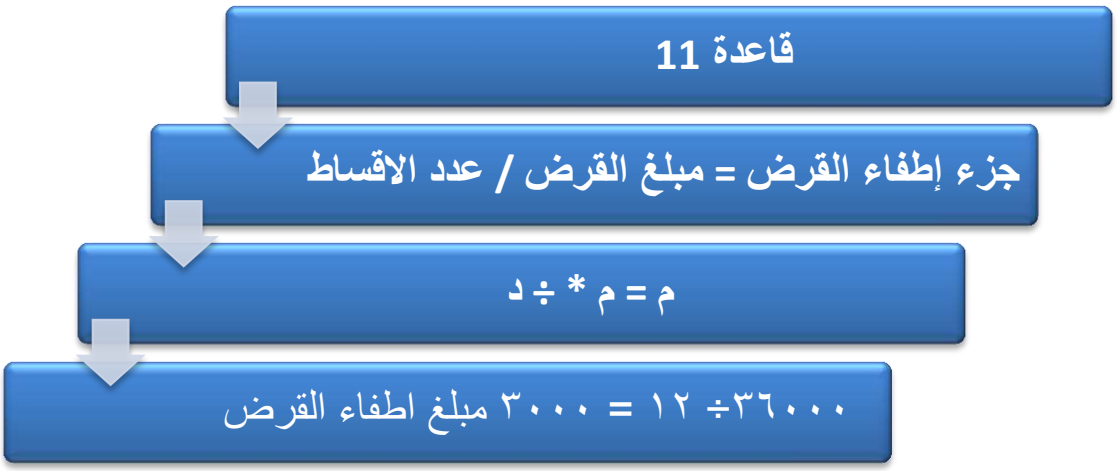
م* = م ÷ د = 36000 ÷ 12 = 3000

القسط = م* + ف ⟵ ف = م × ن* × ع

$$ف = 3000 + 36000 \times \frac{1}{12} : \frac{8}{100}$$

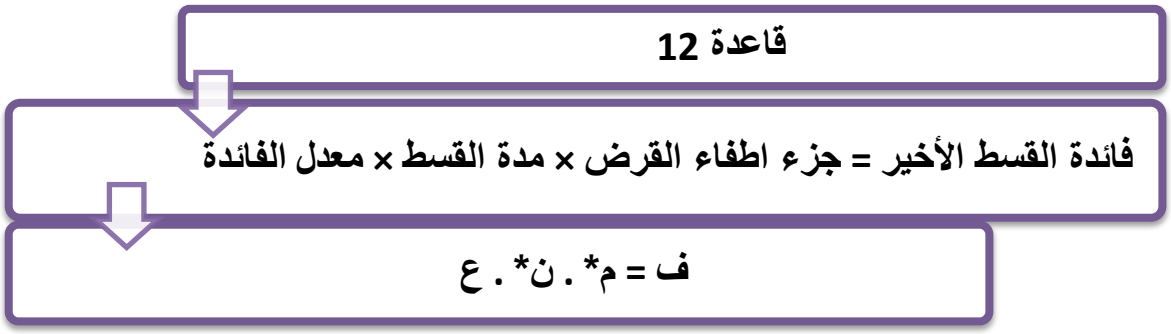
ف= 3000 + 240 = 3240 دينار

كما يمكن استخراج الجزء الأول من القسط المتمثل بالجزء المتساوي من إطفاء القرض، وفق القاعدة الآتية:



كما يمكن استخراج فائدة القسط الاخير والتي تحتسب على ما تبقى من اصل القرض بعد دفع جميع الاقساط الا القسط الاخير

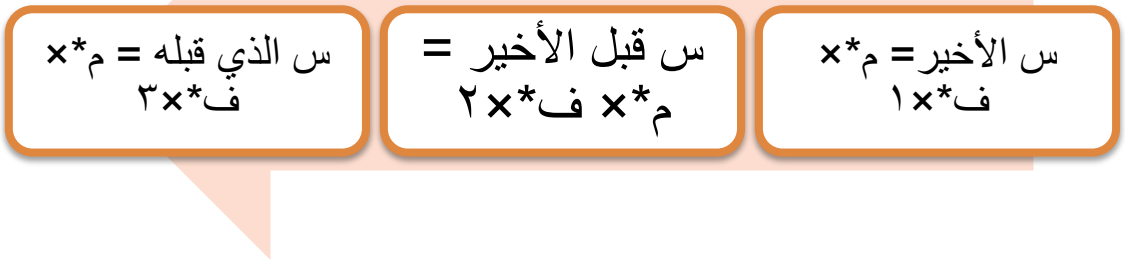
حيث تحتسب الفائدة على جزء اطفاء القرض (م*) وكما في القاعدة الآتية:



مضاعفة هذه الفائدة لكل قسط مبتدئين من القسط الاخير وحتى القسط الاول .

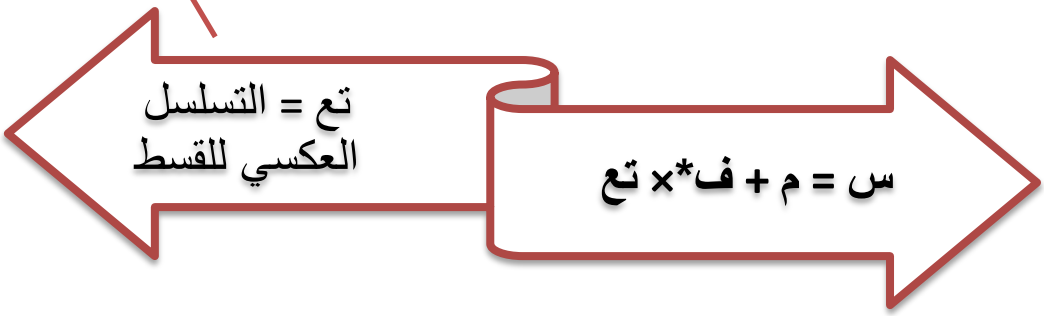
وتكون الاقساط وفق القاعدة(13) الآتية:

القاعدة 13



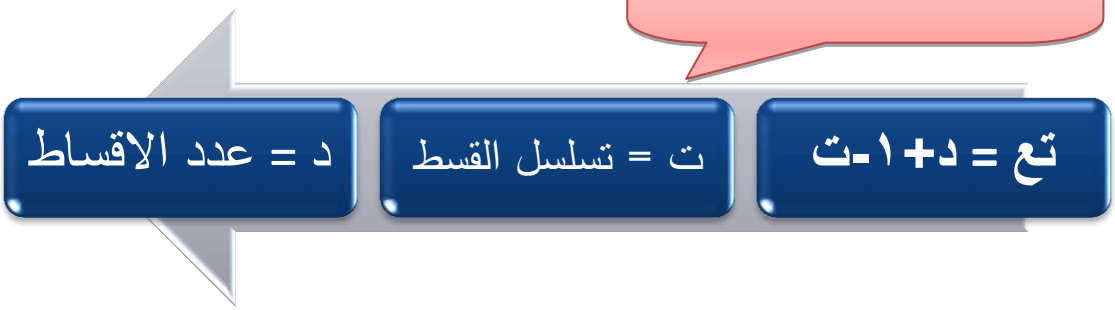
وهكذا لبقية الاقساط حتى نصل الى القسط الاول ومن ذلك نصل الى ان أي قسط يمكن الوصول اليه وفق القاعدة(14) الآتية:

القاعدة 14



كما يمكن الوصول الى التسلسل العكسي تع من خلال القاعدة (15) الآتية:

القاعدة 15



مثـال13 :

ما هو التسلسل العكسي للقسط السابع من بين 20 قسطاً ؟

الحـل .

تع = د + 1 – ت

تع = 20 + 1 – 7 = 14

مثـــال 14.

ما هو التسلسل العكسي للقسط العشرين من بين 50 قسطاً ؟

الحل:

تع = د +1 – ت

تع = 50 +1 – 20 = 31

و الآن نعود الى تطبيق هذه الاجراءات في المثال التالي:

مثـــال 15.

ما هو مبلغ كل قسط من الاقساط في المثال "28" ؟

الحل:

اعداد الجدول التالي الذي يبين تحديد فائدة كل قسط والمبلغ الكلى لذلك القسط :

ت	تع	م	ف* . تع	س
1	12	3000	240	3240
2	11	3000	220	3220
3	10	3000	200	3200
4	9	3000	180	3180
5	8	3000	160	3160
6	7	3000	140	3140
7	6	3000	120	3120
8	5	3000	100	3100
9	4	3000	80	3080
10	3	3000	60	3060
11	2	3000	40	3040
12	1	3000	20	3020
*	*	36000	1560	37560

اما اذا أردنا القسط الخامس مثلاً فنستخرج تسلسله العكسي أولاً.

تع = د +1 – ت = 12 + 1 – 5 = 8

س = م + *ف × تع = 3000 + 20 × 8 = 3160

ولاستخراج مجموع الفوائد التي يتحملها المقترض، يمكن الاعتماد على قانون المتوالية العددية، من خلال جمع فائدة القسط الاول وفائدة القسط الاخير ثم ضرب الناتج في نصف عدد الاقساط ، وفق القاعدة **(16)** الآتية:

مج ف = د/2 (ف1 + ف د)

مثـال: 15. ما هو مجموع الفوائد في المثال "27" ؟

الحـل :

مج ف = د/2 (ف1 + ف د)

ف1 = ف* × د = 20 ×12 = 240

ف د = ف* × 1 = 20 × 1 = 20

مج ف = 2/12 (20 + 240) = 1560 دينار

تمارين عامة للفصل الرابع

س1: اقترض شخص مبلغ 8000 دينار بمعدل فائدة 4% سنويا متعهدا بتسديده مع الفوائد بعد 9 اشهر فما هو المبلغ الواجب دفعه في تاريخ الاستحقاق.

س2: اقترض السيد احمد مبلغ9000 دينار على اساس تسديدها بعد عام ونصف بمعدل فائدة 6% سنويا وفي تاريخ الاستحقاق طلب السيد احمد تاجيل تسديد القرض لمدة 4 اشهر مع تحمل فائدة تاخيريه بمعدل 8% سنويا فما مقدار المبلغ الذي يسدده احمد.

س3: اقترض السيد اياد مبلغ5000 دينار على اساس سدادها بعد عامين ونصف بمعدل فائدة 5% سنويا وتستقطع الفائدة مقدما. فما هو المبلغ الذي يستلمه السيد اياد وما المبلغ الذي سيسدده.

س4: اقترض السيد سعد مبلغ 10000 دينار على اساس تسديدها بعد سنة بمعدل فائدة 4% سنويا وتستقطع الفائدة مقدما وفي تاريخ الاستحقاق طلب السيد سعد تاجيل التسديد لمدة شهرين وبنفس معدل الفائدة فما المبلغ المستلم عند الاقتراض والمبلغ المدفوع عند التاجيل.

س5: اقترض السيد يوسف مبلغ 12000 دينارعلى اساس سداده بعد سنتين مع دفع الفوائد بمعدل6% سنويا بصورة دوريه متساويه وفي نهاية كل ثلاثة اشهرفما مقدار الفائدة الدوريه الواحدة وماهو مجموع الفوائد التي يتحملها السيد يوسف وماهو مبلغ القسط الاخير.

س6: اقترض السيد هشام مبلغ 9000 دينار على اساس سداده بعد ثلاث سنوات على ان تدفع الفوائد بصورة دوريه بمعدل 8% سنويا وفي نهاية كل شهرين وبعد القسط التاسع طلب تاجيل المبلغ المستحق عليه الى مابعد تاريخ استحقاق مبلغ القرض بسنة مع تحمله فوائد تاجيل بمعدل 9% سنويا فما المبلغ الواجب دفعه.

س7: ماهو مبلغ القسط الواحد لقرض مقداره 10000 دينار يسدد باقساط شهرية متساوية لمدة سنتين اذا كان معدل الفائدة 6% سنويا.

س8: اقترض السيد احمد مبلغ 12000 دينار على اساس سدادها باقساط شهريه متساويه لمدة ثلاثة سنوات وبعد القسط 18 طلب تاجيل ماتبقى الى تاريخ استحقاق القسط الاخير وكان معدل الفائدة 8% سنويا للاقتراض و 10 % سنويا للتاجيل فما هوالمبلغ الواجب دفعه في تاريخ الاستحقاق.

س9: اقترض السيد ثائر مبلغ 9600 دينار لمدة سنة على اساس سدادها باقساط شهرية متناقصه مع دفع الفوائد على الرصيد بمعدل 8% سنويا فما هو مبلغ كل قسط.

الفصل الخامس: خصم الديون وقطع الأوراق التجارية

أهداف الفصل: يهدف هذا الفصل الى:

أولا: التعرف على قوانين الخصم والقيمة الحالية وكيفية استخدامها.

ثانيا: التعرف على الطريقة المختصرة لاستخراج الخصم التجاري.

ثالثا: استخدام قوانين الخصم والقيمة الحالية لاستخراج القيم الحالية للدفعات الدورية المتساوية.

رابعا: التعرف على آلية قطع الأوراق التجارية في المصرف، وطريقة استخدامها.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

أولاً: قوانين الخصم و القيمة الحالية.

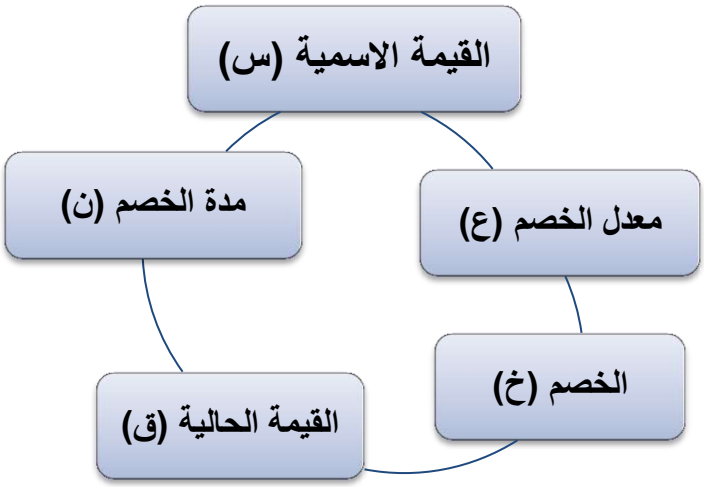
ثانيا: الطريقة المختصرة لاستخراج الخصم التجاري.

ثالثاً: القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساويــة.

رابعاً: قطع الأوراق التجارية في المصارف.

أولاً: قوانين الخصم و القيمة الحالية:

تعني عملية (خصم الدين) سداده قبل موعده بفتره معينة، ولأن عملية الاقتراض اصلا قد تمت على اساس احتساب الفائدة التي يحصل عليها الدائن من المدين، يكون بطبيعة الحال أن تتم عملية خصم الدين بأن يضحي الدائن بجزء من الدين الى المدين نظير سداده للدين قبل الموعد المحدد. وبالمقابل يكون الخصم متمثلاً بالمبلغ الذي يضحي به الدائن الى المدين لقاء سداد الأخير لدينه قبل موعده. ولا تختلف عناصر الخصم عن عناصر الفائدة فهي ثلاثة المبلغ والمعدل والزمن، إلا أننا سنعتمد على مسميات جديدة ورموز جديدة يتوجب توضحيها وهي كما يوضحها الشكل:



1- **القيمة الاسمية:** وهو المبلغ الواجب سداده في تاريخ استحقاق الدين إي أنها تمثل المبلغ الكلي للدين، وسنرمز له بالرمز **(س)**.

2- **معدل الخصم:** وهو السعر الذي يتفق عليه الدائن والمدين على خصم الدين به، وقد يكون مساويا أو اقل من أو اكثر من سعر الفائدة الذي قد اعتمد عند الاقتراض . وسنرمز له بالرمز **(ع)**.

3- **مدة الخصم:** وهي المدة المتبقية لسداد الدين، وهي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق النهائي للدين وتاريخ خصمه ونرمز لها بالرمز **(ن)** ويلاحظ على هذه المدة انها تسبق القيمة الاسمية للقرض في احتساب الخصم، بينما تقع هذه المدة بعد المبلغ عند احتساب الفائدة.

4- **الخصم:** هو المبلغ الذي يطرح من القيمة الاسمية قبل مدة معينة للوصول الى

قيمة الدين في الوقت الحاضر، وسنرمز له بالرمز (خ).

5- **القيمة الحالية:** هي قيمة الدين في الوقت الحاضر، أي قبل وقت استحقاقه بفترة معينة ويرمز لها بالرمز (ق)،وتنتج من طرح الخصم من القيمة الاسمية، وكما يلي:

القاعدة 1

ق = س - خ

وهناك نوعان من الخصم هما الخصم التجاري والخصم الحقيقي. وفيما يلي بيان كل منهما:

1- **الخصم التجاري:** ويرمز له بالرمز (خ ت) ويحتسب على القيمة الاسمية وكما يلي:

القاعدة ٢

الخصم التجاري = القيمة الاسمية ×الزمن ×المعدل

خ ت = س . ن . ع

2- الخصم الحقيقي: ويرمز له بالرمز (خ ح) ويحتسب على القيمة الحالية وكما يلي:

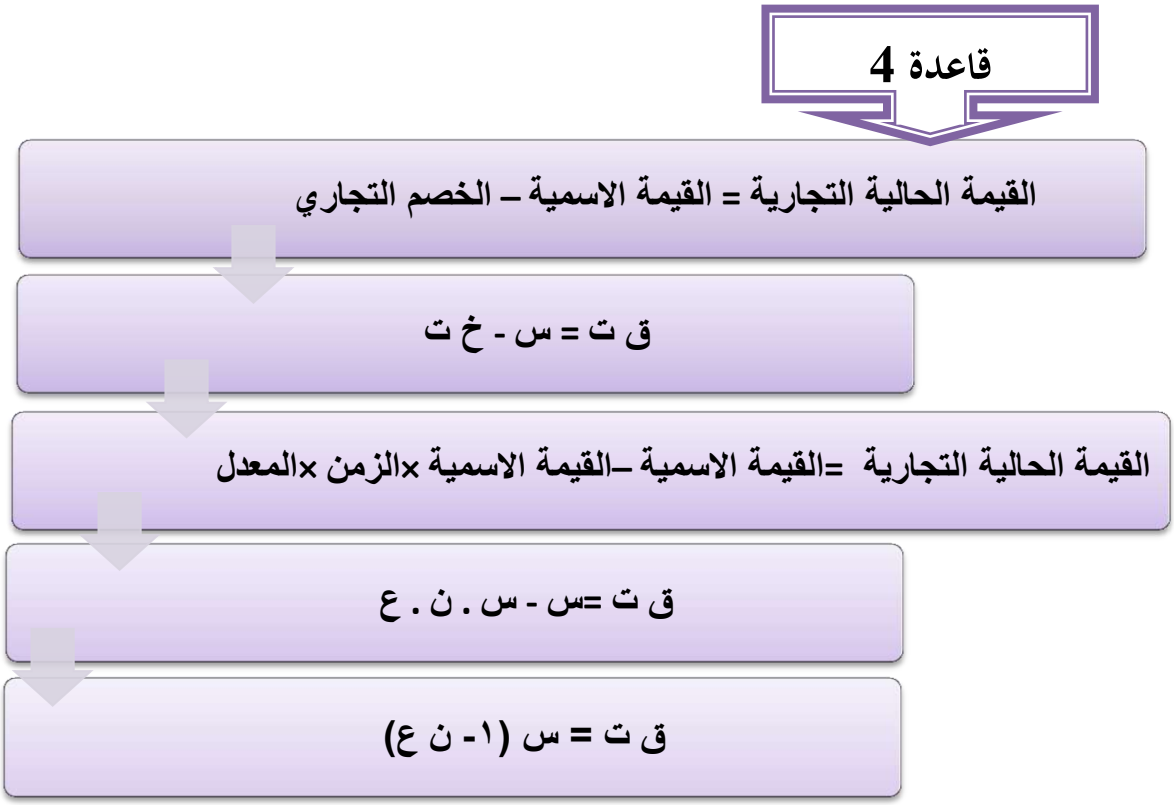
قاعدة 3

الخصم الحقيقي =القيمة الحالية ×الزمن ×المعدل

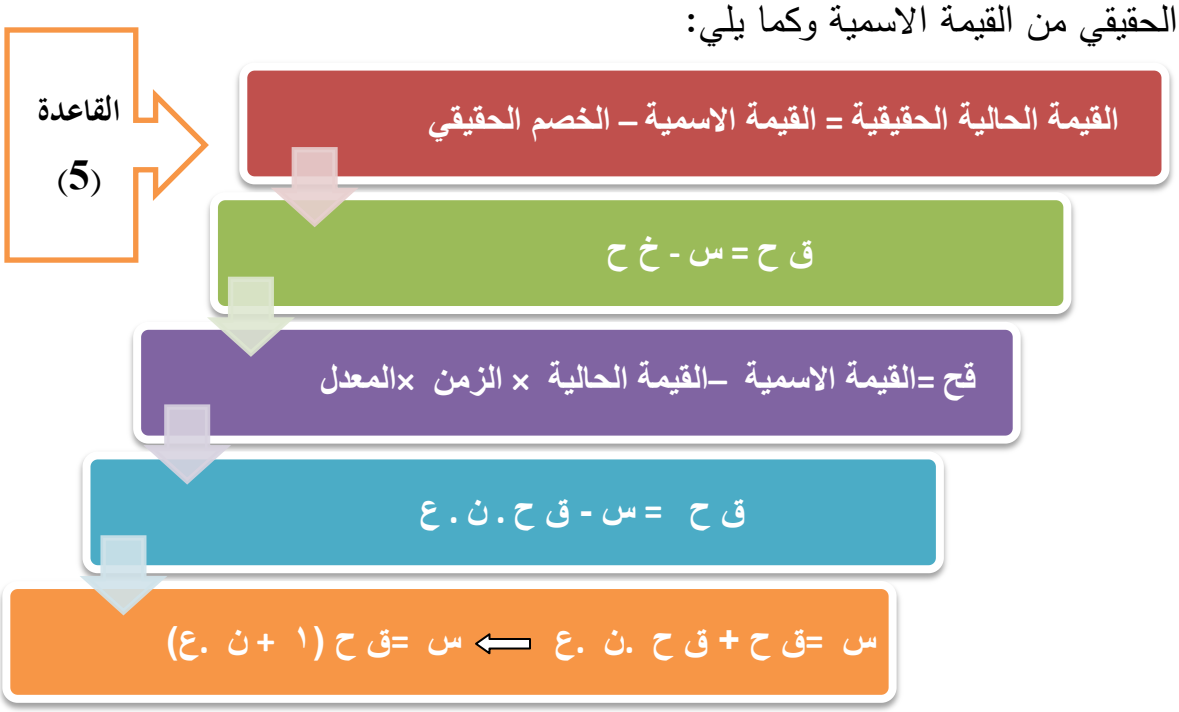
خ ح =ق ×ن ×ع

وفي ضوء تعدد الخصم تتعدد القيم الحالية فهناك نوعان منها

1- **القيمة الحالية التجارية:** ويرمز لها بالرمز (ق ت) وتحتسب بطرح الخصم التجاري من القيمة الاسمية وكما يلي:



2- القيمة الحالية الحقيقية: ويرمز لها بالرمز (ق ح) وتحتسب بطرح الخصم الحقيقي من القيمة الاسمية وكما يلي:



وتلك هي الصيغ المختلفة لاستخراج القيمة الحالية من خلال قانون القيمة الحالية الحقيقية، الذي يتطابق تماماً كما نرى مع قانون الجملة في الفصل الأول، مع اعتبار القيمة الاسمية للدين مطابقة لجملة ذلك الدين، وقيمته الحالية مطابقة لمبلغه. ويلاحظ عند استخراج الخصم الحقيقي، ان من المفضل ان يتم استخراج القيمة الحالية الحقيقية أولا، ثم الوصول الى الخصم الحقيقي.

مثـال 1.

مبلغ قدره 4000 دينار خصم قبل موعده بسنة ونصف، فاذا ما كان سعر الخصم 9% سنوياً، فما هي القيمة الحالية بنوعيها (التجارية والحقيقية) ؟ وما هو الخصم بنوعيه (التجاري والحقيقي).

الحل:

المعطيات	ن= 1,5 سنة	خ ح=؟	خ ت=؟
	س= 4000 دينار	ع= 9%= 0.09 سنويا	ق ح=؟

1-ايجاد القيمة الحالية التجارية.

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية – الخصم التجاري

الخصم التجاري(خ ت) = **س. ن. ع**

خ ت = 4000 × 1.5 × 0.09 = 540 دينار خصم

القيمة الحالية التجارية (ق ت) = **س – خ ت**

ق ت = 4000 – 540 = 3460 دينار

2- ايجاد القيمة الحالية الحقيقية.

القيمة الحالية الحقيقية = القيمة الاسمية – الخصم الحقيقي

القيمة الحالية الحقيقية = القيمة الاسمية – (القيمة الحالية × الزمن × المعدل)

ق ح = س – ق ح . ن.ع

س= ق ح + ق ح . ن.ع

س = ق ح (1+ ن. ع)

4000 = ق ح (1+ 1.5 ×0.09)

ق ح = 4000 ÷ 1.135 = 3524.2

3- ايجاد الخصم الحقيقي:

القيمة الحالية الحقيقية = القيمة الاسمية – الخصم الحقيقي

الخصم الحقيقي = القيمة الاسمية – القيمة الحالية الحقيقية

خ ح = س – ق ح

خ ح = 4000 – 3524.2

خ ح= 475.8

ويلاحظ ان الخصم التجاري اكبر من الخصم الحقيقي، وعلى ذلك تكون القيمة الحالية التجارية اصغر من القيمة الحالية الحقيقية.

مثال 2.

ماهو الخصم التجاري والحقيقي الذي يحصل عليه السيد محمود على دين بمبلغ قدره 7210 دينار، خصم قبل موعده بـ (9) أشهر، وبمعدل خصم 4% سنويا؟

الحل:

المعطيات	س = 7210 دينار	ع = 4% = 0.04	خ ت =؟
	ن = 9 أشهر = 9÷12= 0.75 سنة		خ ح =؟

1- ايجاد الخصم التجاري.

الخصم التجاري(خ ت) = **س. ن. ع**

خ ت = 7210 × 0.75 × 0.04 = 216.3 دينار الخصم التجاري

2- ايجاد الخصم الحقيقي.

القيمة الحالية الحقيقية = القيمة الاسمية – الخصم الحقيقي

الخصم الحقيقي = القيمة الاسمية – القيمة الحالية الحقيقية

خ ح = س – ق ح

وبما ان س = 7210، فان القيمة الحالية يمكن حسابها كما يأتي:

س = قح (1+ ن. ع)

7210 = قح (1 + 0.09 × 0.04)

7210 = 1.03 قح

قح = 7210 ÷ 1.03 = 7000 دينار

خ ح = س – ق ح

خ ح = 7210 – 7000 = 210 دينار

ثانيا : الطريقة المختصرة لاستخراج الخصم التجاري.

ذكرنا في الفصل الثاني والخاص باستخراج مجموعة الفوائد لمجموعة من المبالغ باستخدام الطريقة المختصرة(النمر) والتي تعتمد على الجدول والعامل المشترك فانه يمكن اعتماد ذات الأسس في استخراج مجموع الخصوم لمجموعة من الأوراق التجارية بوجود قيمتها الاسمية ومدة كل منها وفق القاعدة الآتية:

قاعدة 6

مجموع الخصوم = المعدل × مجموع حاصل ضرب القيمة الاسمية بالزمن

$$\text{مج خ} = \frac{\text{ع} \times \text{مج س} \times \text{ن}}{1200}$$ اذا كانت المدة بالأشهر

$$\text{مج خ} = \frac{\text{ع} \times \text{مج س} \times \text{ن}}{36000}$$ اذا كانت المدة بالأيام

مثـال: (3)

ما الخصم الذي يحصل عليه السيد ابراهيم على ثلاثة ديون اراد خصمها جميعا بمعدل خصم 6% سنويا.

مبالغ الديون	المدة
6000 دينار	6 اشهر
4000 دينار	4 اشهر
10000 دينار	10اشهر

الحل:

مبالغ الديون	المدة	م. ن
6000 دينار	6 اشهر	36000
4000 دينار	4 اشهر	16000
10000 دينار	10اشهر	100000
مج م= 20000		مج (م.ن)= 152000

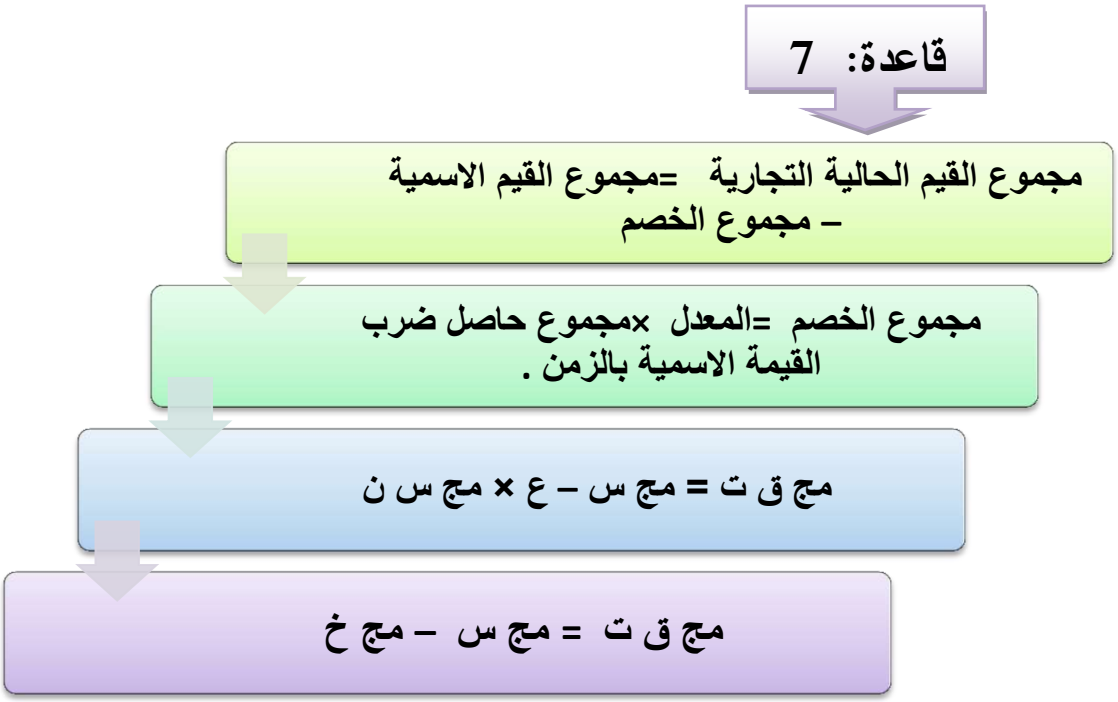
$$\text{مج خ} = \frac{\text{ع} \times \text{مج (م} \times \text{ن)}}{1200}$$

لأن المدة بالأشهر

$$\text{مج خ} = \frac{152000 \times 6}{1200}$$

$$\text{مج خ} = 760$$

ولأن القيمة الحالية التجارية تساوي القيمة الاسمية مطروح منها الخصم التجاري، عليه يمكن استخراج القيمة الحالية التجارية لمجموعة من الاوراق التجارية كما يلي:



مثـال4.

ما هو المبلغ الذي يستلمه السيد ابراهيم بعد خصمه للأوراق التجارية الثلاث في المثال السابق؟

الحل:

مج ق ت = مج س – مج خ

مج قت = 20000 – 760 = 19240 دينار

ملاحظة مهمة:

نظراً لآن الأوراق التجارية والديون تثبت بقيمتها الاسمية، وليس بقيمتها الحالية، ونظراً لان الخصم الصحيح يستخرج من خلال القيمة الحالية وليس القيمة الاسمية، عليه من الصعوبة اعتماد الطريقة المختصرة لاستخراج الخصم الصحيح لمجموعة من الأوراق التجارية بالاعتماد على القيمة الاسمية.

ثالثا: القيمة الحالية للدفعات المتساوية:

تبين القاعدة (8) كيفية حساب القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساوية.

قـاعدة 8

القيمة الحالية للدفعات = مجموع القيمة الاسمية للدفعات – خصم تلك الدفعات

$$\text{مج ق} = \text{ق د} = \text{س. د} - \text{س.ع} \cdot \frac{\text{د}}{2} (\text{ن}_1 + \text{ن د})$$

وكما اختلفت مدة الدفعة الأولى ومدة الدفعة الأخيرة في قانون جملة الدفعات بحسب نوع الدفعة تختلف هنا المدتين أيضاً في قانون القيمة الحالية للدفعات، وتكون كما يلي:

قاعدة 9

في الدفعة الفورية تكون:

مدة الدفعة الأولى = صفر

مدة الدفعة الأخيرة = مدة الدفعات – مدة الدفعة

$$\text{ن د} = \text{ن} - \text{ن}^*$$

مثـال5.

ما هي القيمة الحالية لدفعة فورية مبلغها 200 دينار شهرياً ولمدة سنة وربع إذا ما خصمت بمعدل 6% سنوياً .

الحـل:

المعطيات	س =200 دينار	ع = 6%	ن = 15 شهر	ن*= 1 شهر/فورية

$$د = \frac{ن}{ن^*} \Longleftarrow \frac{15}{1} = 15 \text{ دفعة}$$

$ن_د = ن - ن^* = 15 - 1 = 14$ شهرا

ن 1 = صفر

$$\text{مج ق} = \text{ق د} = \text{س. د} - \text{س.ع.} \quad \frac{د}{2} (ن_1 + ن_د)$$

$$\text{ق د} = 200 \times 15 - 200 \times \frac{6}{100} \times \frac{15}{2} \times \frac{(14 + 0)}{12}$$

ق د = 3000 – 105 = 2895 دينار

مثال 6.

دفعة فورية مقدارها 300 دينار شهريا لمدة سنة، اذا ما خصمت بمعدل 12%.

فما مقدار القيمة الحالية للدفعات؟

الحل:

المعطيات	س =300 دينار	ع = 12%	ن = 12 شهر	ن*= 1 شهر/فورية

$$د = \frac{ن}{ن^*} \Longleftarrow \frac{12}{1} = 12 \text{ دفعة}$$

$ن_د = ن - ن^* = 12 - 1 = 11$ شهرا

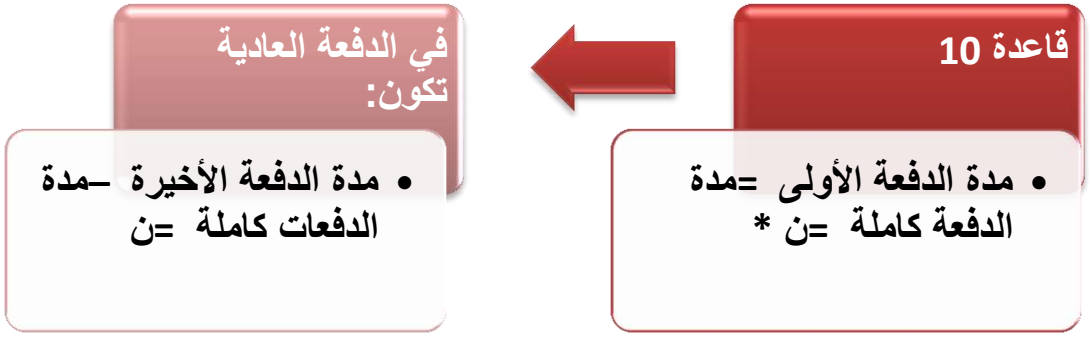
$ن_1$ = صفر

$$\text{مج ق} = \text{ق د} = \text{س. د} - \text{س.ع.} \quad \frac{د}{2}(ن_1 + ن_د)$$

$$\text{ق د} = 300 \times 12 - 300 \times \frac{12}{100} \times \frac{12}{2} \times \frac{(0 + 11)}{12}$$

$$\text{ق د} = 3600 - 198 = 3402 \text{ دينار}$$

ولايجاد القيمة الحالية للدفعة عندما تكون الدفعة عادية، يتم استخدام القاعدة الآتية:



يتبين ان مدة الدفعة الأولى ومدة الدفعة الاخيرة في قانون القيمة الحالية في الدفعة العادية معاكس تماما لمدتهما في نفس الدفعة في قانون الجملة ومطابقة لمدتهما في الدفعة الفورية.

مثـال 7.

ما هي القيمة الحالية للدفعة في المثال (4) اذا كانت دفعة عادية؟

الحل:

المعطيات	س =200 دينار	ع = 6%	ن = 15 شهر	ن*= 1 شهر/عادية

$ن_1 = ن^* = ن_د = 1$ شهر

ن = 15 شهر

مج ق= ق د = س. د – س.ع. $\frac{د}{2}$ **(ن1 + ن د)**

$$ق\ د = 200 \times 15 - 200 \times \frac{6}{100} \times \frac{15}{2} \times \frac{(15 + 1)}{12}$$

ق د = 3000 – 120 = 2880 دينار القيمة الحالية للدفعات

رابعا : قطع الأوراق التجارية.

إذا رغب الدائن في خصم الدين أو الورقة التجارية لدى المصرف الذي يتعامل معه هو او الذي يتعامل معه المدين، فأن ذلك يتم وفق صيغة قطع الاوراق التجارية لدى المصارف والتي تعتمد على قواعد خاصة هي:

في قطع الأوراق التجارية لدى المصرف، فأن المصرف يستقطع مجموعة من المبالغ تدعى مصاريف القطع (وما يسمي بالاجيو) من القيمة الاسمية للورقة .

ولاستخراج صافي قيمة الورقة تستخدم القاعدة الآتية:

القاعدة ١١

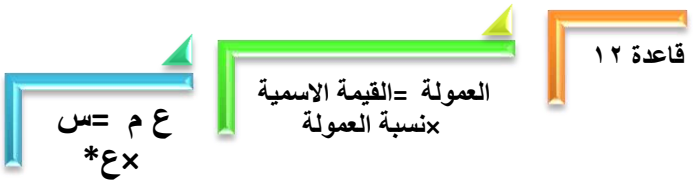
صافي قيمة الورقة =القيمة الاسمية –الاجيو

ص = س – ج و

على أن من الجدير بالذكر ان مصاريف القطع تتكون من ثلاثة مبالغ هي:

1- **الخصم التجاري (خ ت):** حيث تتعامل المصارف في قطع الأوراق التجارية بالخصم التجاري الذي يعتمد على القيمة الاسمية في احتساب الخصم التجاري.

2- **العمولة (ع م):** وهي نسبة مئوية من القيمة الاسمية للورقة التجارية تستقطعها المصارف نظير توسطها بين المدين والدائن، وتتراوح ما بين(1-3)% وليس لها علاقة بمدة خصم الورقة.



أي أن:

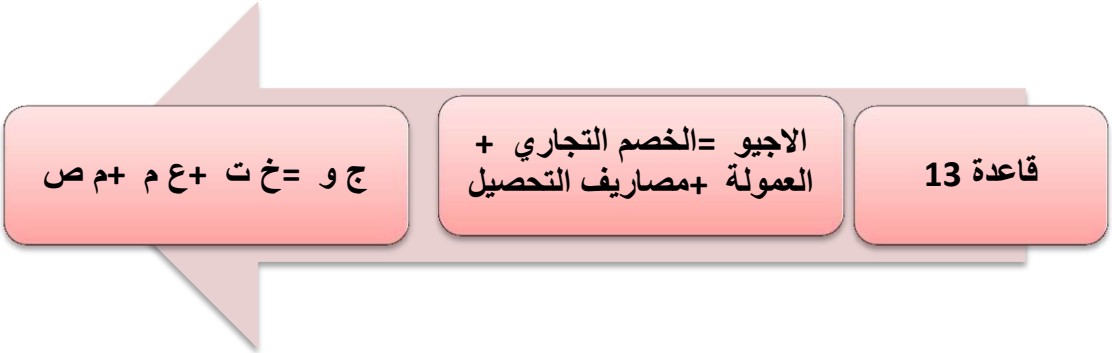
3 - مصاريف التحصيل: وهو مبلغ تستقطعه المصارف كأجور الاتصال بالمدين وإجراء عمليات التحصيل معه وما يستلزم ذلك من وقت وجهد وتكاليف، ويحتسب هذا المبلغ على أساس أحد البدائل الآتية:

أ- مبلغ مقطوع عن كل ورقة، 10دنانير عن كل ورقة مثلا.

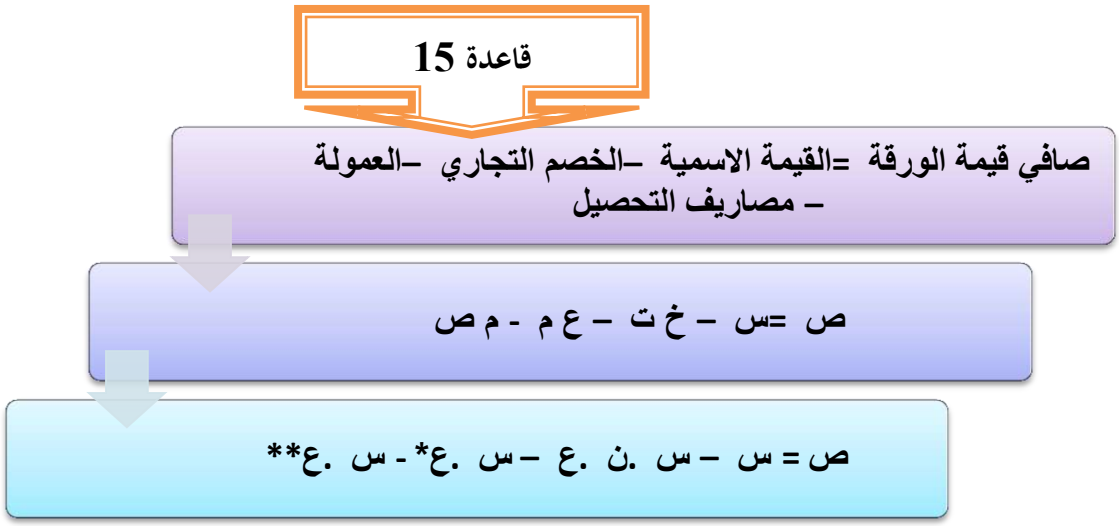
ب- نسبة مئوية أو الفية من القيمة الاسمية للورقة، 1%أو 2% مثلا.

ج- طرح البديلين أعلاه واختيار أيهما أكبر، على أن لاتقل عن 10 دنانير . فعند احتساب النسبة وظهرت أقل من 10 دنانير يتم اختيار 10 دنانير، وان كانت النسبة أكبر فأنه يتم اختيار النسبة.

وعلى ذلك تكون القاعدة الخاصة باستخراج الأجيو كما يلي:



كما ان صافي قيمة الورقة بادخال عناصر الأجيو تعتمد القاعدة الآتية:



ملاحظة مهمة:

في عملية قطع الاوراق التجارية لدى المصرف ، يضيف المصرف يومين أو أكثر إلى مدة القطع ، وذلك إمهالا محتملا للمدين ، قد يتأخرها عند السداد .

مثـال8.

قطع السيد يوسف ورقة تجارية قيمتها الاسمية 400 دينار قبل موعد استحقاقها بمدة 60 يوما بمعدل خصم 9% سنوياً ، وعمولة 2% ومصاريف تحصيل1% فما مقدار الخصم المصرفي وكم يستلم السيد يوسف من المصرف.

الحل:

س =400	ع 9% =0.09	ع* = 2% = 0.02
ن=60 يوم	ع** =0.1%	ص=؟

ص = س – (س. ن. ع) – (س .ع*) – (س. ع)**

$$ص = 400 - (400 \times \frac{60}{360} \times \frac{9}{100}) - (400 \times \frac{2}{100}) - (400 \times \frac{1}{1000})$$

ص = 400 – 6 – 8 – 0.4 = 385.6 دينار المبلغ المستلم

ويمكن اجراء عملية الحل لكل عنصر بصورة منفردة وكما يلي:

الخصم التجاري = خ ت = س. ن . ع

الخصم التجاري = $400 \times \frac{60}{360} \times \frac{9}{100}$ = 6 دينار

العمولة =ع م = س .ع*

العمولة = $400 \times \frac{2}{100}$ = 8 دنانير

مصاريف التحصيل = م ص = س .ع**

م ص = $400 \times \frac{1}{1000}$ = 0.4 دينار

الاجيو = جو = خ ت + ع م + م ص

جو = 6 + 8 + 0.4 = 14.4 دينار مصاريف القطع

صافي قيمة الورقة = ص = س – جو

ص = 400 – 14.4 = 385.6 دينار

مثـال 9

في 2000/2/9 تقدم السيد علي بورقة تجارية الى المصرف التجاري بمبلغ 600 دينار تستحق السداد في 22/ 6/ 2000 وذلك وفق شروط المصرف (8%)، (1%)، (0.2%) على أن لاتقل عن دينار واحد. فما هو المبلغ الذي يستلمه السيد علي من المصرف؟

الحل:

س=600 دينار	ع = 8%	ع*=1%	ع**=0.2	ص=؟

ن= 2000/6/22 – 2000/2/10

ن = (28 – 9) + 31 + 30 +31 + 22 + 2 (مهلة) = 135 يوما

م ص = 600 × 0.002 = 1.2 وهو أكبر من دينار واحد

وبما ان:

ص = س – (س. ن. ع) – (س .ع*) – (س. ع)**

$$ص = 600 - (600 \times \frac{135}{360} \times \frac{8}{100}) - (600 \times ((1.2) - \frac{1}{100}$$

ص = 600 – 18 – 6 – 1.2

ص = 574.8 دينار المبلغ المستلم

تمارين الفصل الخامس

س1: ما هو المبلغ الذي يستلمه السيد هاشم من خصم ورقة تجارية قيمتها الاسميه3000 دينار تستحق السداد بعد خمسة أشهر، إذا ما خصمت بمعدل خصم 10 % سنوياً ؟

أ- إذا كان الخصم تجارياً.

ب - إذا كان الخصم صحيحاً.

س2: ماهو الخصم التجاري والحقيقي الذي يحصل عليه السيد ابراهيم عندما يسدد دينا بمبلغ 2000 دينار يستحق السداد قبل موعده بـ (6) أشهر، اذا ما تم خصمه بمعدل خصم 8% سنويا؟

س3: ما الخصم الذي يحصل عليه السيد فراس على أربعة ديون اراد خصمها جميعا بمعدل 6% سنويا؟ وفيما يلي مبالغ الديون ومدة كل منها.

مبالغ الديون	المدة
4000 دينار	6 أشهر
5000 دينار	4 أشهر
3000 دينار	5 أشهر
8000 دينار	3 أشهر

س4: ما المبلغ الذي يستلمه السيد أنور بعد خصمه الأوراق التجارية الآتية بمعدل 9% سنويا؟

مبالغ الديون	المدة
6000 دينار	40 يوم
8000 دينار	60 يوم
5000 دينار	80 يوم

س5: ماهي القيمة الحالية لدفعات فورية مقدارها 500 دينار شهريا ولمدة سنة اذا ما خصمت بمعدل 4% سنويا؟

س6: ماهي القيمة الحالية لدفعة عادية مقدارها 300 دينار شهريا ولمدة سنة ونصف اذا ما خصمت بمعدل 8% سنويا؟

س7: قطعت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 800 دينار قبل موعد استحقاقها ب (120) يوما، بمعدل خصم 3% سنويا، وعمولة 2% ومصاريف تحصيل 0.1%، فما مقدار مجموع المصاريف؟ وما مقدار الصافي المصرفي.

س8: في 2006/8/12 تقدم السيد عادل بورقة تجارية الى المصرف بمبلغ 500 دينار تستحق السداد في 2006/10/15 بمعدل خصم 6%، وعمولة 3%، وتحصيل 0.1%، فما هو المبلغ الذي يستلمه السيد عادل من المصرف؟

الفصل السادس: قانون الجملة بالفائدة المركبة

أهداف الفصل: يهدف الفصل الى ما يأتي:

أولا: التعرف على مفهوم الفائدة المركبة.

ثانيا: التعرف على قانون الجملة بالفائدة المركبة.

ثالثا: استخدام قانون الجملة بالفائدة المركبة لاستخراج جملة أي مبلغ.

رابعا: استخدام قانون الجملة لاستخراج الفائدة والمبلغ والزمن والمعدل.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

اولا: التعريف بالفائدة المركبة.

ثانيا: قانون الجملة بفائدة مركبة.

ثالثا: استخراج جملة أي مبلغ.

رابعا : استخراج الفائدة.

خامسا : استخراج المبلغ.

سادسا : استخراج الزمن.

سابعا: استخراج المعدل.

اولا: التعريف بالفائدة المركبة:

تبين لنا في الفصل الأول ومن خلال حساب الفائدة البسيطة انه اذا كانت الفائدة عن مدة سنة واحدة بمقدار (15) دينار فهي عن مدة سنتين تكون (30) دينار وعن ثلاث سنوات (45) دينار، وهكذا. اذن هي ثابتة بمقدار (15) دينار عن كل سنة. وكذلك عن المبلغ، فأنه اذا كان اصله (10000) دينار في بداية العام الأول فهو ثابت في نهاية السنة الأولى أو الثانية أو الثالثة او أية سنة اخرى.

هذا بالنسبة الى الفائدة البسيطة، اما الفائدة المركبة فهي غير ذلك، اذ تضاف فائدة السنة الأولى الى اصل المبلغ وتصبح جزءا منه لتحتسب على مجموعهما فائدة السنة الثانية، وهكذا بالنسبة الى السنة الثالثة، ولذلك سميت بالفائدة المركبة. أي ان فائدة السنة الثانية ستكون اكبر من فائدة السنة الأولى وفائدة السنة الثالثة اكبر من فائدة السنة الثانية، وهكذا.

وعلى ذلك تكون الفائدة المركبة هي الفائدة التي تحتسب على المبالغ المتجمعة من اصل المبلغ والفوائد السابقة في نهاية كل فترة زمنية، وتضاف الى اصل المبلغ وتصبح جزءا منه .

ثانيا: قانون الجملة بفائدة مركبة:

لايجاد الجملة بفائدة مركبة، فان القانون المستخدم هو كما في القاعدة (1).

القاعدة ١:

- $ج = م (١+ع)^{ن}$

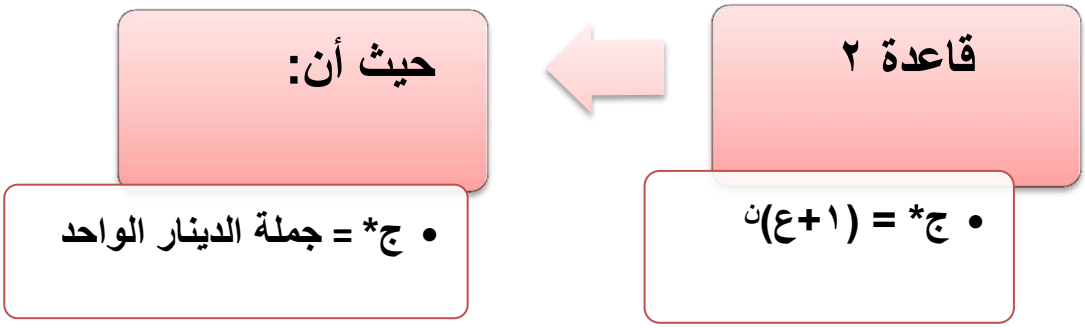
حيث ان:

- **ج= جملة المبلغ**
- **م= المبلغ**
- **ع= معدل الفائدة**
- **ن=عدد السنوات**

ويتبين ان قانون الجملة بالفائدة المركبة انف الذكر يتكون من جزئين اولهما المبلغ (م) والثاني هو القوس $(1+ع)^{ن}$ والذي يدعى جملة الدينار الواحد على اساس ان وحدة

النقود المستخدمة عندنا هي (الدينار).

وعلى ذلك سيكون استخراج جملة الدينار الواحد وفق القاعدة الآتية:



وبالتالي يمكن كتابة القاعدة (1) كما يلي:

جملة المبلغ = المبلغ × جملة الدينار الواحد

اما عن كيفية استخراج جملة الدينار الواحد فهناك عدة طرق منها تكرار عملية الضرب، وفيها يتم ضرب القوس في نفسه بعدد المرات المرفوع لها القوس أي بعدد السنوات او الفترات الزمنية في السؤال.

مثال 1:

ماهي جملة دينار واحد بمعدل 6% ولمدة 7 سنوات؟

الحل: ويمكن حل السؤال بطرق مختلفة وكما يأتي:

1- بواسطة قانون الجملة.

$ج = م\ (1+ع)^{ن}$

$ج = (1+ 6\%)^{7}$

$ج = 1.06 \times 1.06 \times 1.06 \times 1.06 \times 1.06 \times 1.06 \times 1.06$

ج = 1.5036 دينار

2- بواسطة الحاسبات.

في العديد من الحاسبات العلمية يتم انجاز عملية الضرب المتكررة (الأس)، من خلال زر الأس الخاص (Y^x) حيث ان:

ج = $(1+6\%)^{7}$ = 1.5036 دينار

كما يمكن اعتماد الحاسبات البسيطة وذلك بضرب الرقم (1.06) ثم ضرب (××) ثم ضرب(=) لستة مرات (اقل من 7 بمقدار 1) فيظهر الناتج نفسه.

3- بواسطة الجداول.

وهناك جداول الفائدة المركبة اعدت منذ زمن اعتمادا على الحاسبة الألكترونية ولمختلف المعدلات من اقل من 1% الى 20% او 30% ولعدد من الفترات (السنوات) يمتد من 1 الى 50 فترة، يمكن اعتمادها للوصول الى أي جملة مطلوبة بعد معرفة المعدل المعتمد ومدة الأستثمار. وحل المثال السابق يكون باختيار الخلية الناتجة عن تقاطع عمود المعدل 6% وصف الزمن 7 (من الجدول) فيكون الناتج:

ج= 1.5036 = دينار.

جدول (1): مقطع من الجدول الأول: جملة دينار بفائدة مركبة ج = $(1+ع)^{ن}$

ن	%3	%4	%5	%6	%7	%8	%9
1	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900
2	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881
3	1.0927	1.1248	1.1576	1.1910	1.2250	1.2597	1.2950
4	1.1255	1.1698	1.2155	1.2624	1.3107	1.3604	1.4115
5	1.1592	1.2166	1.2763	1.3382	1.4025	1.4693	1.5386
6	1.1940	1.2653	1.3400	1.4180	1.5007	1.5868	1.6771
7	1.2298	1.3159	1.4071	1.5036	1.6057	1.7138	1.8280

4- طريقة اللوغاريتمات.

كما يمكن استخدام طريقة اللوغاريتمات، لحساب جملة المبلغ، وفيها نستخرج جملة الدينار الواحد (1+ ع)^{ن} باعتماد اللوغاريتمات حيث يستخرج لوغاريتم طرفي المعادلة (القانون)، والاعتماد على جدول اللوغاريتمات ومن ثم العودة الى الأرقام الاعتيادية، من خلال جدول الأعداد المقابلة.

مثال 2:

ماهي جملة مبلغ قدره (4000) دينار، استثمر بفائدة مركبة قدرها 5% لمدة 4 سنوات.

الحل:

م = 4000 دينار	ع = 5% = 0.05	ن = 4 سنوات	ج = ؟

ج = م $(1+ع)^{ن}$

ج = 4000 $(1+0.05)^{4}$

لو ج = لو 4000 + 4 لو 1.05

= 3.6021 + 4 × 0.0212 (من خلال جداول اللوغاريتمات)

= 3.6021 + 0.0848

= 3.6869

ومن خلال جداول الاعداد المقابلة فان: ج = 4863 دينار.

ثالثا :استخراج جملة أي مبلغ

بعد استخراج جملة الدينار الواحد لن يتبقى لأستخراج جملة أي مبلغ الا عملية ضرب ذلك المبلغ بجملة الدينار الواحد المستخرجة بواحدة من الطرق السابقة للوصول الى الجملة المطلوبة .

مثال3:

استثمر أحمد في احد المصارف مبلغا مقداره 12000 دينار لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة قدرها 5% سنويا. ماهي جملة المبلغ الذي يستحقه أحمد في نهاية المدة؟

الحل :

م = 12000 دينار	ن= 4 سنة	ع = 5% = 0.05	ج = ؟

ج = م $(1+ع)^{ن}$

ج = 12000 $(1+5\%)^{4}$

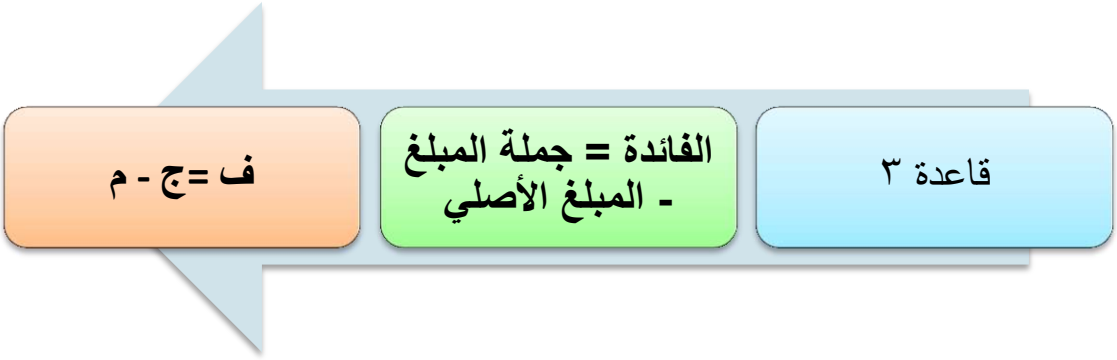
ج = 12000 $(1.05)^{4}$

ج = 12000 (1.2155) (ويمكن استخراجها من الجدول عند ع =5 و ن= 4

ج = 14586.075 دينار

رابعا :استخراج الفائدة :

يمكن استخراج الفائدة من خلال استخراج الجملة اولا ومن ثم طرح المبلغ الأصلي منها . فتكون الفائدة في المثال السابق كما يلي:



مثال4:

ماهو حجم الفوائد التي يحصل عليها المودع في نهاية مدة الاستثمار في المثال السابق؟

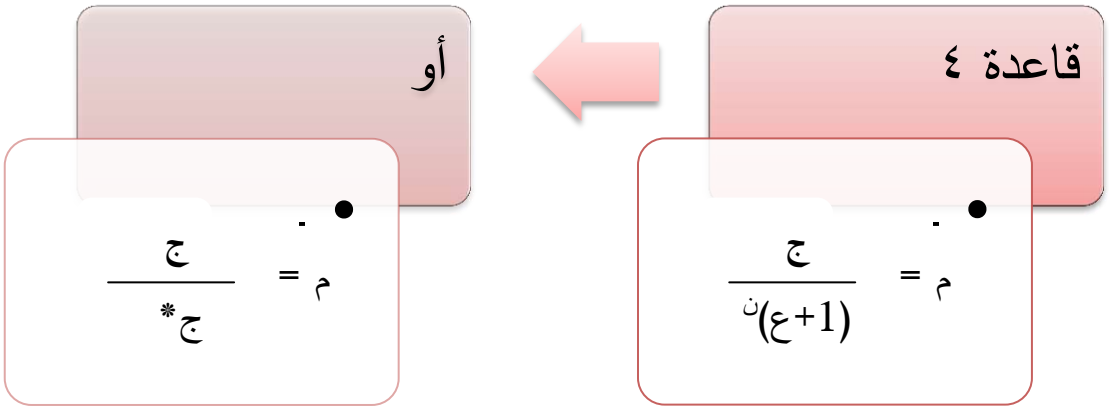
الحل : **ف =ج — م**

ف =14586.075 – 12000

ف= 2586.075 دينار

خامسا : استخراج المبلغ :

يمكن استخراج المبلغ من خلال القاعدة 4.



اي يمكن الوصول الى المبلغ المستثمر من خلال قسمة الجملة الكلية على جملة الدينار الواحد بمعدل الأستثمار والمدة المحددتين.

مثال5:

ماهو المبلغ الذي يستثمره محمود بمعدل فائدة مركبة قدرها 7% ولمدة 12 سنة ليحصل على جملة قدرها 25000 دينار؟

الحل:

ان جملة الدينار الواحد بمعدل 7% سنويا ولمدة 12سنة . من خلال جداول الفائدة المركبة هي2.25219 دينار. وبالتالي فان:

$$م = \frac{ج}{ج^{*}} = \frac{25000}{2.25219} = 11100.307$$

مثال6:

ماهو المبلغ الذي تصبح جملته 6000 دينار، اذا استثمر لمدة 8 سنوات بمعدل 4% سنويا، (استخدم طريقة اللوغاريتمات).

الحل:

المعطيات	ج= 6000	ن= 8 سنة	ع=4%=0.04	م= ؟

$ج = م (1+ع)^{ن}$

$6000 = م (1+0.04)^{8}$

لو 6000 = لو (م) + 8 لو 1.04

3.7782 = لو (م) + 8 (0.0170) (من خلال جدول اللوغاريتمات)

لو (م) = 3.7782 – 0.1360

لو (م) = 3.6422

م = 4387 دينار (من خلال جدول الأعداد المقابلة)

سادسا :استخراج الزمن:

عندما يكون الزمن هو العنصر المجهول فانه سيكون من مكونات القوس أي من مكونات جملة الدينار الواحد . وعليه يمكن الوصول اليه من خلال احدى الطريقتين التاليتين:

1- جداول الفائدة المركبة.

وكما ذكرنا ان جداول الفائدة المركبة تتكون من اعمدة وصفوف حيث يمثل العمود الأول الزمن فيما يمثل الصف الأول المعدلات، اما جملة الدينار الواحد فهي ماتبقى من الجدول، وعليه يمكن الوصول الى أي جملة للدينار الواحد بمعرفة المعدل والزمن، من جهة اخرى يمكن معرفة مدة الأستثمار من خلال معرفة كل من جملة الدينار الواحد ومعدل الأستثمار. اذ من خلال البحث عن الجملة المقصودة(المعلومة) في العمود الخاص بالمعدل المعلوم نجدها تقابل المدة المطلوبة.

مثال 7:

اقترض أنور مبلغ 10000 دينار بمعدل فائدة مركبة قدرها 5% سنويا، فاذا علمت انه سدد في تاريخ الاستحقاق مبلغ 14071 دينار، فما هي مدة الاقتراض؟

الحل:

$$م = \frac{ج}{ج^{*}} \Longleftarrow ج^{*} = \frac{ج}{م}$$

حيث ان:

ج* = جملة الدينار الواحد

$$ج^* = \frac{14071}{10000} = 1.4071 \text{ دينار}$$

وعند البحث في الجدول الأول وفي العمود الخاص بمعدل 5%، نجد جملة الدينار الواحد 1.4071 تقابل الزمن 7 سنوات.

2- طريقة اللوغاريتمات.

وهي تعتمد على استخراج جملة الدينار الواحد $(1+ ع)^{ن}$ اولا، وبقسمة الجملة الكلية على المبلغ الأصلي، ومن ثم استخراج لوغاريتم طرفي المعادلة.

مثال: 8

استثمر حسام مبلغ 2000 دينار بفائدة مركبة بمعدل 6% سنويا، وبعد مدة من الزمن بلغت فائدته 3581 دينار، اوجد مدة الاستثمار؟ (استعمل طريقة اللوغاريتمات)

المعطيات	م= 2000	ع=6%=0.06	ج=3581	ن=؟

$ج = م\ (1+ع)^{ن}$

$3581 = 2000\ (1+0.06)^{ن}$

لو 3581 = لو 2000 + ن لو 1.06

3.5540 = 3.3010 + ن × 0.0253 (من خلال جداول اللوغاريتمات)

3.5540 − 3.3010 = 0.0253 ن

0.253 = 0.0253 ن

ن= 0.253 ÷ 0.0253 = 10 سنوات (ويلاحظ هنا اننا لم نستخدم جداول الأعداد المقابلة في استخراج الزمن)

سابعا: استخراج المعدل.

كما هو الحال في الزمن فانه اذا كان المعدل هو العنصر المجهول فهو من مكونات قوس جملة الدينار الواحد، ويمكن استخراجه من خلال **جداول الفائدة المركبة**، وكما هو الحال في الزمن فانه يمكن الوصول الى المعدل المطلوب من خلال التعرف على جملة الدينار الواحد والبحث عنها في الصف المقابل للمدة المقصودة وعند ايجادها(الجملة)يكون المعدل المقابل لها هو المعدل المطلوب.

مثال9 :

ماهو المعدل الذي يستثمر به مبلغ مقداره 6572 لتصبح جملته بعد 10 سنوات مساوية الى 10704 دينار.

الحل:

$$ج = م\ (1+ع)^{ن}$$

$$10704 = 6572\ (1+ع)^{10}$$

$$1.6288 = (1+ع)^{10}$$

وعند البحث في الجدول الأول وفي الصف المقابل لزمن قدره 10 سنوات نجدها تقابل المعدل 5% سنويا وهو المعدل المطلوب.

ثامنا: استخراج الجملة اذا كان المعدل غير سنوي.

في جميع الحالات السابقة كان المعدل المعتمد يسمى المعدل السنوي او المعدل الاسمي، الا ان تلك الحالات ليست هي القاعدة الدائمة في الفائدة المركبة بل هناك حالات أخرى يكون فيها معدل الفائدة غير سنوي، كما يمكن ان تركب الفائدة لأكثر من مرة خلال السنة. وهنا لابد من تطابق وحدة الزمن مع وحدة المعدل مع عدد مرات تركيب الفائدة، وسيتم توضيح ذلك وفق الفقرات الآتية:

1- اذا كان المعدل سنوي والمدة بالسنوات، الا ان الفائدة تركب بصورة غير سنوية ففي هذه الحالة يتوجب تحويل المعدل الى غير سنوي بعدد مرات تركيب الفائدة، ثم تحويل الزمن الى فترات مســاوية لمدة تركيب الفائدة، وذلك

وفق القواعد الآتية:

قاعدة ٨

المعدل غير السنوي = المعدل السنوي ÷ عدد مرات تركيب الفائدة

أي ان:

$$ع^* = ع \div و$$

حيث ان:

ع* = المعدل غير السنوي

ع = المعدل السنوي

و = عدد مرات تركيب الفائدة (**وتدعى أحيانا بمصطلح عدد مرات الاضافة.**)

قاعدة ٩

الزمن غير السنوي = الزمن بالسنوات × عدد مرات تركيب الفائدة

أي ان:

$$ن^* = ن \times و$$

حيث ان:

ن* = المدة غير السنوية

ن = المدة بالسنوات

و = عدد مرات تركيب الفائدة

كما يمكن حساب عدد مرات تركيب الفائدة (و)، كما يلي:

عدد مرات تركيب الفائدة = عدد أشهر السنة ÷ فترة التركيب بالأشهر

و = ١٢ ÷ ت (ت= فترة التركيب بالأشهر)

عدد مرات تركيب الفائدة = عدد أيام السنة ÷ فترة التركيب بالأيام

و = ٣٦٠ ÷ ت (ت= فترة التركيب بالأيام)

مثال 10:

ماهي جملة مبلغ مقداره 2000 دينار مستثمرة لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 8% سنويا، والفائدة تركب كل ثلاثة أشهر.

المعطيات	م = 2000	ن = 5 سنة	ع = 8% = 0.08	ج = ؟

الحل:

و = 12÷ ت ⟸ و = 12÷ 3 = 4 مرات

ع* = ع ÷ و = 0.08 ÷4 = 0.02 = 2% سنوي

ن* = ن × و ⟸ ن* = 5 × 4 = 20

ج = م $(1+ع^*)^{ن}$

ج = 2000 $(1+0.02)^{20}$

ج= 2000 × 1.48593 = 2971.86

2 – اذا كان المعدل غير سنوي أصلا اي مطابقا لعدد مرات تركيب الفائدة، وقد لا يذكر عدد مرات تركيب الفائدة، فيكون المعدل غير السنوي ممثلا لعدد مرات تركيب الفائدة، وفي هذه لحالة يبقى المعدل كما هو، ويحول الزمن الى وحدة مطابقة لوحدة المعدل، وكما يلي:

مثال 11: ماهي جملة مبلغ مقداره 4000 دينار مستثمر بمعدل 6% نصف سنوي لمدة 7 سنوات؟

الحل:

المعطيات	م=4000 دينار	ع* = 6%=0.06	ن= 7 سنوات	ج = ؟

لأن المعدل نصف سنوي، فهذا يعني ان عدد مرات التركيب تكون كل نصف سنة.

أي ان: و = 12 ÷ 6 = 2 مرة أو 2/1 سنة

ن* = ن × و = 7 × 2 = 14 نصف سنة

ج* = م $(1+ع^*)^{ن}$

ج* = 4000 $(1+0.06)^{14}$

ج* = 4000 × 2.261 = 9044 دينار للرصيد

مثال 12: ماهي الفوائد التي يحققها مبلغ مقداره 6000 دينار مستثمر لمدة 5 سنوات اذا ما تم استثماره بمعدل 3% ربع سنوي.

الحل:

المعطيات	م= 6000 دينار	ن= 5 سنوات	ع*=3%=0.03	ف= ؟

و = 12 ÷ ت = 12 ÷ 4 = 3 مرات

ن* = 5 × 3 = 15 سنة

ج* = م $(1+ع^*)^{ن}$

ج* = 6000 $(1+0.03)^{15}$

ج* = 6000 × 1.557964 = 9347.80 دينار للرصيد

ف = ج* − م = 9347.80 − 6000 = 3347.80 دينار الفائدة الكلية

تمارين الفصل السادس

س1: استثمر صادق مبلغ 7000 دينار لمدة 15 سنة، فماهي جملة ما يستلمه السيد صادق في نهاية المدة اذا علمت ان معدل الفائدة المركبة المعتمد كان 7% سنويا؟ باستخدام طريقة جداول الفائدة المركبة، وباستخدام طريقة اللوغاريتمات.

س2 : اقترض السيد أحمد مبلغا معينا بفائدة مركبة قدره 5% ربع سنوي، فاذا علمت انه دفع بعد 6 سنوات مبلغا مقداره 16125.5 دينار سدادا للقرض، فما هو اصل القرض؟

س3 : ماهي المدة التي يستثمر بها السيد ناجي مبلغ مقداره 12000 دينار بمعدل فائدة 2.5% لكل أربعة أشهر لتصبح جملة هذا المبلغ 33681.6 دينار؟ باستخدام:

- طريقة اللوغاريتمات
- جداول الفائدة المركبة.

س4 : ماهو معدل الفائدة المركبة المعتمد لدى مصرف بصورة نصف سنوية اذا علمت انه دفع الى أحد مستثمريه مبلغ 38297 دينار وذلك بعد استثماره لمبلغ 23000 دينار لمدة 6 سنوات.

س5 : ماهو مقدار الفوائد التي يحققها أحمد من استثماره مبلغ 20000 دينار لمدة 12 سنة بمعدل فائدة 8% تركب كل ربع سنة.

س6 : اقترض نبيل مبلغ 6000 دينار بمعدل فائدة مركبة 4% نصف سنوي وبعد خمس سنوات سدد هذا القرض، فما هي الفوائد التي تحملها المقترض؟

س7: ماهو مقدار المبلغ الذي يستثمره مصطفي لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة 6% نصف سنوي، ليحصل بعد ذلك على مبلغ مقداره 20000 دينار؟

س8: ماهي جملة مبلغ قدره 9000 دينار، استثمر لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة مركبة 12% يركب كل 4 أشهر؟

الفصل السابع: القيم الحالية بالفائدة المركبة

أهداف الفصل: يهدف الفصل الى مايأتي:

أولا: التعرف على القيمة الحالية بالفائدة المركبة.

ثانيا: استخدام قانون القيمة الحالية لاستخراج القيمة الحالية للدينار الواحد ولأي مبلغ.

ثالثا: كيفية استخدام قانون القيمة الحالية لاستخراج القيمة الاسمية.

رابعا: كيفية استخدام قانون القيمة الحالية، لاستخراج الخصم والزمن والمعدل.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

أولا: قانون القيمة الحالية بالفائدة المركبة

ثانيا: استخراج القيمة الحالية للدينار الواحد

ثالثا: استخراج القيمة الاسمية

رابعا : استخراج الخصم

خامسا: استخراج الزمن

سادسا: استخراج المعدل

تمهيد:

ذكرنا عند تناول الفائدة البسيطة في الفصل الاول ، بان القيمة الحالية لأي مبلغ هي قيمة ذلك المبلغ قبل تاريخ استحقاقه بفترة زمنية معينة. وان القيمة الاسمية له هي قيمته في تاريخ استحقاقه. على ان:

القيمة الحالية (ق) = القيمة الاسمية (س) – الخصم (خ)

$$ق = س - خ$$

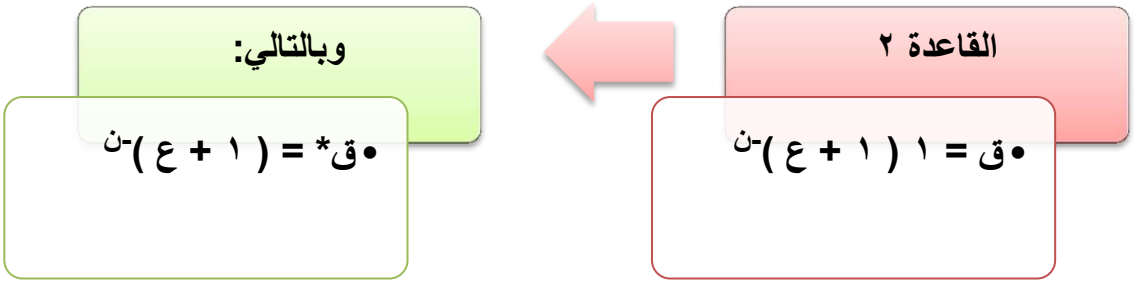
وذكرنا أيضا – هناك – بأنه هناك نوعين من القيمة الحالية وذلك اعتمادا على الخصم المطروح ، فهي اما ان تكون قيمة حالية حقيقية اذا طرح الخصم الحقيقي منها، والذي يعتمد على القيمة الحالية في احتسابه. والنوع الثاني هو قيمة حالية تجارية اذا ما طرح الخصم التجاري الذي يعتمد على القيمة الاسمية في احتسابه. وكما تم ذكره فان استخدام القيمة الحالية التجارية كان اكثر من استخدام القيمة الحالية الحقيقية، ولقد بينا انه عند عدم ذكر نوع القيمة الحالية فاننا نعتمد القيمة الحالية التجارية .

اما وفق الفائدة المركبة، فلا اختلاف في علاقة القيمة الاسمية بالقيمة الحالية والخصم. وكما هو الحال في نوعي الخصم والقيم الحالية. ولكن الاختلاف في ان القيمة الحالية الحقيقية هي الاكثر استخداما، حتى انه عند عدم ذكر نوع القيمة الحالية فإننا نعتمد القيمة الحالية الحقيقية. وعلى ذلك فان جميع القواعد والحالات الاساسية الآتية ستعتمد على القيم الحالية الحقيقية والخصم الحقيقي، على ان هناك فقرة واحدة ستهتم بالخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية.

أولا: قانون القيمة الحالية بالفائدة المركبة :

القاعدة ١	$ق = س (١ + ع)^{-ن}$

وعندما تكون القيمة الحالية دينارا واحدا تكون القاعدة الآتية :



وبالتالي تكون القيمة الحالية لأي مبلغ مساوية لحاصل ضرب ذلك المبلغ في القيمة الحالية للدينار الواحد :

حيث ان :

$$ق = س \times ق^*$$

ق= القيمة الحالية لأي مبلغ

س= القيمة الاسمية لذلك المبلغ

ق*= القيمة الحالية للدينار الواحد

ع = معدل الخصم الحقيقي المعتمد

ن= مدة الخصم

ثانيا: استخراج القيمة الحالية للدينار الواحد.

من خلال القاعدة آنفة الذكر يتبين ان القيمة الحالية لأي مبلغ تساوي حاصل ضرب ذلك المبلغ في القيمة الحالية للدينار الواحد وفق معدل الخصم والمدة المحددتين للمبلغ المقصود. وعلية تكون العملية الأساسية في هذه الحالة هي استخراج القيمة الحالية للدينار الواحد. وهناك طرق عديدة للوصول الى ذلك من خلال ما يأتي:

1- **تكرار عملية القسمة:**

بما ان القيمة الحالية للدينار الواحد (ق*) = ق* = $(1 + ع)^{-ن}$

وفي الأصل فان:

$$ق^* = \frac{1}{(1 + ع)^{ن}}$$

عليه يمكن الوصول الى القيمة الحالية للدينار الواحد بتكرار عملية قسمة الواحد الصحيح على (1+ ع) بعدد مرات (ن) المحددة في السؤال مضافا اليها (1) ، او بدون إضافة بحسب نوع الحاسبة.

مثال 1.

ما هي القيمة الحالية لدينار واحد يستحق السداد بعد 5 سنوات اذا علمت ان المعدل المعتمد هو 7 % سنويا ؟

الحل :

$$ق^* = \frac{1}{(1 + ع)^{ن}}$$

$$ق^* = \frac{1}{(0.07 + 1)^{5}}$$

$$ق^* = \frac{1}{(1.07)(1.07)(1.07)(1.07)(1.07)}$$

$$ق^* = 0.712986$$

2- الحاسبات:

وعند استخدام **الحاسبة البسيطة** نضرب الازرار كما يلي:

1.07 ثم ÷ ÷ (مرتين) ثم = = = = = تكون (5 مرات) او ستة مرات في الحاسبات التي يكون الناتج هو (1) فيكون الناتج = 0.712986

ويتم استخراج القيمة الحالية بواسطة **الحاسبة العلمية** عن طريق الاس السالب وكما يلي:.

1.07 ثم y^x ثم 1 ثم تغيير الإشارة +/ − ثم = فيكون الناتج **0.712986**

3- اللوغاريتمات.

كما يمكن الوصول الى القيمة الحالية باعتماد **لوغاريتم** القوس ثم استخراج قيمته من خلال جدول الأعداد المقابلة (جداول اللوغاريتمات ضمن الجداول الملحقة في هذا الكتاب).

مثال 2:

ماهي القيمة الحالية لمبلغ 2000 دينار يستحق السداد بعد (5) سنوات بفائدة مركبة بمعدل 7% سنويا.

الحل:

س = 2000 دينار	ن = 5 سنوات	ع = 7% = 0.07	ق = ؟

ق = س $(1+ع)^{-ن}$

ق = 2000 $(1+0.07)^{-5}$

لو (ق) = لو 2000 − 5 لو 1.07

لو (ق) = 3.3010 − 5 × 0.0294 (من خلال جداول اللوغاريتمات)

لو (ق) = 3.3010 − 0.1470

لو (ق) = 3.1540

ق = 1426 (من خلال جداول الاعداد المقابلة)

4- جداول الفائدة المركبة.

وفي هذه الطريقة نعتمد الجدول الثاني، والذي يشابه الجدول الاول حيث يتم استخراج القيمة الحالية للدينار الواحد لمختلف المعدلات من 1% الى 25% ولمدة تمتد الى 50 وحدة زمنية.

وعليه يمكن استخراج القيمة الحالية المطلوبة من خلال تقاطع صف الزمن مع عمود المعدل المحددين في التمرين. وتتبين القيمة الحالية للدينار الواحد في المثال السابق تحت عمود المعدل 7% وفي صف الزمن 5 سنوات فيكون:

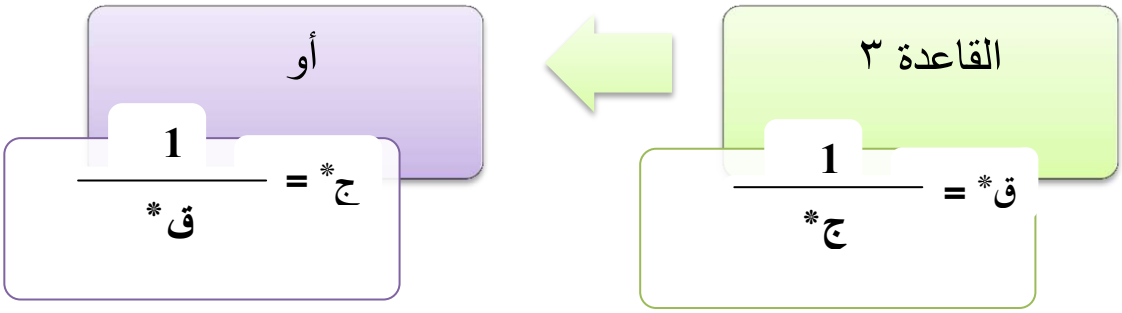
ق = (1+ 7% $)^{-5}$ = 0.71298618

كما يمكن استخدام الجدول الاول ايضا ، حيث يتم استخراج القيمة الحالية المطلوبة بقسمة الواحد الصحيح على الجملة المستخرجة من الجدول الاول ، ذلك ان :

$$ق^* = (1+ع)^{-ن}$$

$$ج^* = (1+ع)^{ن}$$

ومن خلال ذلك يتبين ان الجدول الاول هو مقلوب الجدول الثاني وبالعكس فان الجدول الثاني هو مقلوب الجدول الاول وكما في القاعدة الآتية :



وفي مثالنا السابق يمكن الوصول الى القيمة الحالية كما يلي:

$$ق^* = \frac{1}{1.40255}$$

$$ق^* = 0.71298618$$

وبعد استخراج القيمة الحالية للدينار الواحد بأي طريقة من الطرق السابقة يمكن الوصول الى القيمة الحالية لأي مبلغ بضرب ذلك المبلغ بالقيمة الحالية للدينار الواحد.

مثال 3.

ما هي القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 4000 دينار خصمت قبل تاريخ استحقاقها بست سنوات وفق معدل 5% سنويا ؟

الحل:

المعطيات	س = 4000 دينار	ن=6 سنوات	ع= 5% سنويا

$$ق = س\ (1+ع)^{-ن} \qquad ق = 4000\ (1 + 5\ \%)^{-6}$$

وباستخدام الجدول الثاني فان قيمة المقدار (1 + 5 %)$^{-6}$ = 0.74621540

وبذلك فان:

ق = 4000 × 0.74621540 (باستخدام الجدول الثاني)

= 2984 دينار

مثال 4:

ماهي القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 1000 دينار خصمت قبل تاريخ استحقاقها بـ (9) سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره 7% سنويا؟

الـحل:

المعطيات	س = 1000 دينار	ن=9 سنوات	ع= 7% سنويا

ق = س (1+ع)$^{-ن}$ ق = 1000 (1 + 7 %)$^{-9}$

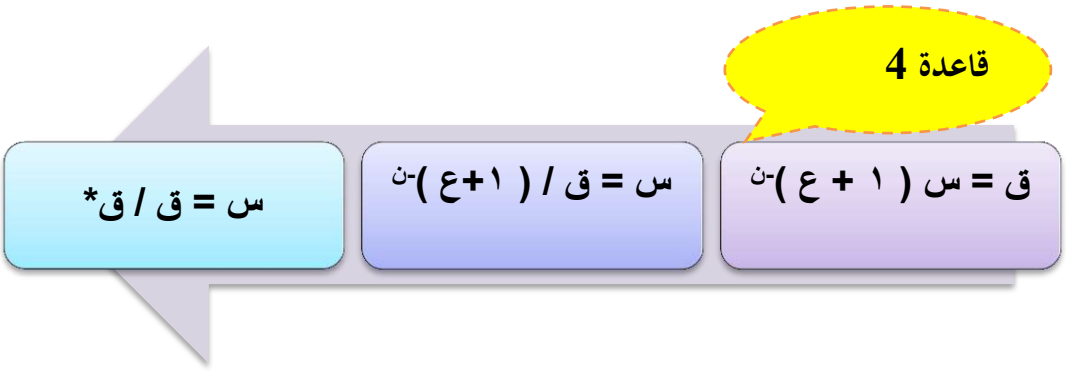
وباستخدام الجدول الثاني فان قيمة المقدار (1 + 7 %)$^{-9}$ = 0.5439

وبذلك فان: ق = 1000 × 0.543933 (باستخدام الجدول الثاني)

= 543.933 دينار

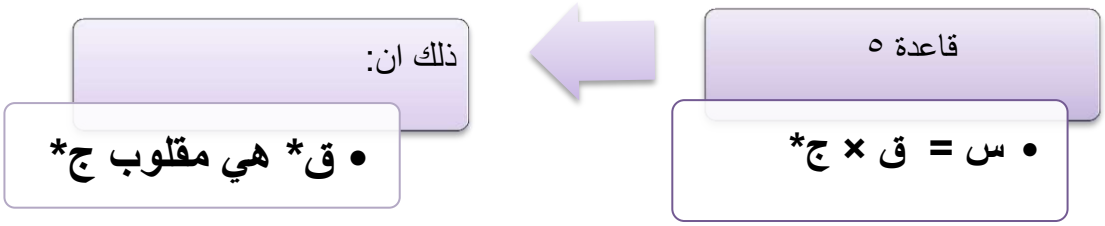
ثالثا – استخراج القيمة الاسمية :

كما ذكرنا سابقا بانه (ليس شرطا ان يكون العنصر الاساسي في أي قانون هو العنصر المجهول في التمرين بل من الممكن ان يكون أي عنصر من عناصر القانون مجهولا). وهنا نبدأ بالقيمة الاسمية ، اذ قد تكون هي العنصر المجهول والتي يمكن استخراجها كما في القاعدة الآتية):



كما يمكن استخراج القيمة الاسمية باعتماد الجدول الاول، أي جملة الدينار الواحد،

وفق القاعدة الآتية :



مثـال 5.

ما هي القيمة الاسمية لورقة تجارية تستحق بعد18 سنة، اذا علمت ان قيمتها الحالية كانت3000 دينار، وذلك بعد خصمها بمعدل 3% سنويا؟

الحـل:

المعطيات	ن = 18 سنة	ق = 3000 دينار	ع = 3% =0.03 سنويا	س = ؟

$$ق = س\ (1 + ع)^{-ن}$$

$$س = \frac{ق}{(1 + ع)^{-ن}} \Longleftarrow س = \frac{3000}{(0.03 + 1)^{-18}}$$

من الجدول الثاني فان قيمة المقدار $(1+3\%)^{-18}$ = 0. 587394

وبذلك فان:

$$س = \frac{3000}{0.\ 587394}$$

س = 5107.3044 دينار القيمة الاسمية للورقة

حل آخر .. $س = ق\ (1+ع)^{ن}$

$س = ق \times ج^{*}$

من الجدول الأول فان قيمة المقدار $(1+0.03)^{18}$ = 1.702433 وبالتالي فان:

س = 3000×1.702433 = 5107.299

رابعا : استخراج الخصم :

يمكن استخراج الخصم الحقيقي كما هو الحال في الفائدة، وذلك بطرح القيمة الحالية من القيمة الاسمية كما في القاعدة الآتية

القاعدة 6

$$خ = س - ق$$

$$ق = س\ (1+ع)^{-ن}$$

$$خ = س - س(1+ع)^{-ن}$$

$$خ = س\ \{\ 1 - (1+ع)^{-ن}\ \}$$

ومن هنا يمكن الوصول الى الخصم ايضا وفق القاعدة الآتية :

قاعدة ٧

- $خ^* = 1 - ق^*$
- $خ^*$ = خصم الدينار الواحد

نستخرج خصم الدينار الواحد اولا

- $خ = س \cdot خ^*$

مثال 6.

ما هو الخصم المتحقق من قطع ورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000 دينار تستحق السداد بعد 11 عاما ، بمعدل خصم 4% سنويا ؟

الحل :

المعطيات	س=20000 دينار	ن=11 سنة	ع = 4%= 0.04 سنويا	خ = ؟

$$ق = س(1+ع)^{-ن}$$

$$= 20000\ (1+0.04)^{-11}$$

ومن الجدول الثاني فان قيمة المقدار $(1+0.04)^{-11}$ = 0. 6495809 وبذلك فان:

ق = 20000 × 0. 6495809

= 12991.618 دينار القيمة الحالية

خ = س– ق

= 20000 – 12991. 618

= 7008 .382 دينار الخصم لمطلوب

حل آخر:

خ* = 1– ق*

ق* = $(1+4\%)^{-11}$ = 0.6495809

خ* = 1 – 0.6495809 = 0.3504191

خ = س × خ*

= 20000 × 0.3504191 = 7008.382 دينار

مثال 7:

قطعت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 30000 دينار تستحق السداد بعد 10 سنوات بمعدل خصم 3% سنويا، فما هو مقدار الخصم المتحقق؟

الحل:

المعطيات	س=30000 دينار	ن=10 سنة	ع = 3%= 0.03 سنويا	خ = ؟

ق = س$(1+ع)^{-ن}$

= 30000 $(1+0.03)^{-10}$

ومن الجدول الثاني فان قيمة المقدار $(1+0.03)^{-10}$ = 0. 7440939

وبذلك فان:

ق = 30000 × 0. 7440939

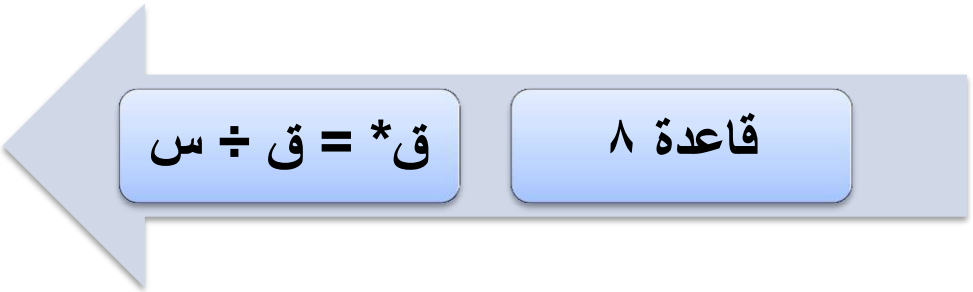
= 22322.817 دينار القيمة الحالية

خ = س– ق

= 30000 – 22322.817 = 7677 .183 دينار الخصم

خامسا:استخراج الزمن.

يمكن استخراج الزمن اذا كان هو العنصر المجهول في التمرين باعتماد **الجداول الرياضية** حيث نستخرج اولا القيمة الحالية للدينار الواحد من خلال قسمة القيمة الحالية على القيمة الاسمية، وفق القاعدة الآتية :



وعند البحث في الجدول الثاني وتحت المعدل المعلوم سنجد القيمة الحالية المستخرجة مقابل الزمن المطلوب.

مثال 8:

بعد كم سنة تستحق ورقة تجارية قيمتها الاسمية 30000 دينار علما بانها قد خصمت لدى مصرف بمعدل خصم مركب 5% سنويا فكانت قيمتها الحالية 18393,396 دينار ؟

الحل:

المعطيات	س = 30000 دينار	ع = 5%	ق = 18393 .396 دينار	ن= ؟

$ق = س (1+ع)^{-ن}$

بما ان: $ق^* = (1+ع)^{-ن}$

فان:

$ق = س\ ق^*$

وبالتالي فان: $ق^* = ق \div س$

30000 ÷ 18393.396 =

0.6131132 = دينار القيمة الحالية للدينار الواحد

وعند البحث في الجدول الثاني تحت المعدل المعتمد (5%) ، نجد ان القيمة الحالية المستخرجة (0.6131132) وتحت معدل 5% تقع مقابل زمن مقداره (10) سنوات .

مثال 9.

ما هي مدة خصم ورقة تجارية قيمتها 10000 دينار خصمت بمعدل خصم 5% سنويا ، فكانت قيمتها الحالية 8227 دينار ؟

الحـــل:

المعطيات	س = 10000	ع = 5% = 0.05	ق = 8227	ن = ؟

ق* = ق ÷ س

ق* = 8227 ÷10000

0. 8227 = القيمة الحالية للدينار الواحد .

وعند البحث في الجدول الثاني وتحت معدل 5% سنجد القيمة الحالية 0.8227 مقابل زمن قدره 4 سنوات .

سادسا: استخراج المعدل.

يصعب استخراج المعدل اذا كان مجهولا باعتماد الحاسبة الالكترونية وبطريقة التجربة والخطأ . فيكون استخراجه بواحدة من طريقتين هما جداول الفائدة المركبة وطريقة اللوغاريتمات وكما يتضح في المثال االآتي:

مثال 10.

ما هو المعدل المعتمد لخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 18000 دينار، تستحق السداد بعد 18 عاما، خصمت به فكان خصمها 7426.908 دينار ؟

الحل:

المعطيات	س = 18000 دينار	ن = 18 سنة	خ = 7426. 908	ع=؟

ق = س – خ

ق= 18000 –7426.908 = 10573.092 دينار القيمة الحالية

ق* = ق ÷ س

ق* = 10573.092 ÷ 18000 = 0.587394 القيمة الحالية للدينار الواحد

ومن خلال البحث في الجدول الثاني ومقابل الزمن 18 سنة عن قيمة حالية للدينار الواحد مقدارها 0.587394 نجد انها تقع تحت 3 % سنوياً فيكون هو المعدل المطلوب.

تمارين الفصل السابع

س1: ما هي القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 60000 دينار ، تستحق السداد بعد ثمان سنوات اذا علمت ان معدل الخصم المعتمد هو 2% سنويا ؟

س2: ما هي القيمة الاسمية لورقة تجارية قيمتها الحالية 20000 دينار تستحق السداد بعد اربع سنوات بمعدل خصم 5% ؟

س3: بعد كم سنة يستحق قرض مقداره 75181.525 دينار خصم بمعدل خصم 6% سنويا فكانت قيمته الحاليه 50000 دينار ؟

س4: ما هو المعدل المعتمد لدى مصرف اذا علمت انه قد خصم قرضاً قيمته الاسمية 9469 دينار يستحق السداد بعدعشرة سنوات فكانت قيمته الحاليه 4000 دينار؟

س5: ما هي القيمة الاسمية لورقة تجارية خصمت قبل موعدها بمدة 6 سنوات وبمعدل خصم 5% سنوياً فكانت قيمتها الحالية 2239 دينار؟

س6: ما هو مبلغ القرض الذي يسدد قبل موعده باربع سنوات وبمعدل خصم 3% سنويا قيمته الاسميه 7000 دينار ؟

س7: ما هي المدة بين خصم ورقة تجارية وسدادها ، اذا كانت قيمتها الاسمية 4000 دينار ، وخصمت بمعدل 2% سنوياً ، فكانت قيمتها الحالية 3154 دينار ؟

س8: ما هو المعدل المعتمد لدى مصرف اذا كان قد دفع مبلغ 2239.310 دينار لورقة تجارية قيمتها الاسمية 3000 دينار خصمت قبل موعدها21 سنه؟

س9: ما هو الخصم المتحقق من ورقة تجارية قيمتها الاسمية 10000 دينار تستحق السداد بعد 15 عاما بمعدل خصم 3% سنويا؟

الفصل الثامن: جملة الدفعات الدورية المتساوية بفائدة مركبة

أهداف الفصل: تتركز أهداف الفصل بما يأتي:

أولا: التعرف على قانون جملة الدفعات العادية.

ثانيا: استخدام قانون جملة الدفعات العادية لحساب دفعة الدينار ومجموع الدفعات والفوائد.

ثالثا: التعرف على كيفية حساب معدل الفائدة والزمن وعدد الدفعات.

رابعا: التعرف على آلية حساب الجملة عندما تكون الدفعات فورية.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

اولا– قانون جملة الدفعات العادية.

ثانيا– استخراج جملة دفعة الدينار الواحد.

ثالثا– استخراج مجموع الدفعات والفوائد.

رابعا– استخراج مبلغ الدفعة.

خامسا– استخراج معدل الفائدة المعتمد.

سادسا– استخراج الزمن او عدد الدفعات.

سابعا–عندما تكون الدفعات فورية.

تمهيد

لايختلف مفهوم الدفعات الدورية المتساوية والأسس المعتمدة فيها فيما اذا كانت الفائدة بسيطة ام مركبة، كما انها لاتختلف كثيرا في اشتقاق القانون الرياضي المعتمد. والدفعات الدورية هنا ايضا هي مبالغ تتصف بصفتين اساسيتين هما التساوي (أي انها مبالغ متعددة متساوية) ومنتظمة (أي ان الفترة التي تفصل بين كل مبلغين او دفعتين تكون متساوية). وقبل ذلك يمكن ان نذكر هنا عناصر فائدة الدفعات والتي توضحت بشكل مفصل في الفصل الخاص بالفائدة البسيطة وفي الفصل الخاص بالدفعات الدورية المتساوية:

(1) **مبلغ الدفعة:** وهو المبلغ المتساوي الذي يدفع او يستلم من فترة لأخرى ونرمز له بالرمز (م).

(2) **مدة الدفعة:** وهي المدة المحصورة بين دفعة واخرى وتكون ثابتة ونرمز لها بالرمز (ن*).

(3) **معدل الفائدة:** وهو المعدل الذي تخضع له جميع الدفعات وعادة مايكون مساويا لمدة الدفعة في تركيبه او احتسابه، اي يكون سنويا او غير سنوي وفقا لمدة الدفعة، ويرمز له بالرمز (ع).

(4) **مدة الدفعات:** وهي المدة المحصورة بين بداية الدفعة الأولى ونهاية الدفعة الأخيرة وسنرمز له بالرمز (ن).

اولا- قانون جملة الدفعات العادية.

تبين القاعدة (1) القانون الذي يتم بموجبه حساب جملة الدفعات:

قاعدة (١)

- **جملة الدفعات = مبلغ الدفعة × جملة دفعة مقدارها دينار واحد**

- **ج$_{د}$ = م × ج*$_{د}$**

وتمييزا لجملة الدفعات عن جملة المبلغ الواحد سيكون رمزها ج د حيث يمثل (د) عدد الدفعات. وكما هو الحال بالنسبة للقوانين السابقة يكون منطوق القانون الحالي كما يلي:

$$ج_{د} = م \times \frac{(1+ع)^{د} - 1}{ع}$$

وعليه تكون المشكلة الأساسية في هذا القانون هي استخراج جملة دفعة الدينار الواحد.

ثانيا- استخراج جملة دفعة الدينار الواحد.

كما نرى بأن قانون جملة دفعة الدينار هو كسر يتكون من قوس $(1+ع)^{د}$ مطروح منه (1) ومقسوم ناتج الطرح على معدل الفائدة المعتمد، فيكون الوصول اليه كما في القاعدة 2.

القاعدة ٢

$$ج^{*}_{د} = \frac{(1+ع)^{د} - 1}{ع}$$

حيث $ج^{*}_{د}$= جملة دفعة الدينار

وهناك طريقتين لاستخراج جملة دفعة الدينار الواحد، هما:

1- الطريقة المباشرة.

وهي تعتمد على استخراج جملة جميع الدفعات مرة واحدة وذلك بأعتماد الجدول الثالث من جداول الفائدة المركبة الذي يعتمد على معدل الفائدة (الأعمدة) وهي من(1%-25%) وكذلك يعتمد على عدد الدفعات المطلوب(الصفوف) وهي من(1- 50) دفعة .

2- الطريقة غير المباشرة.

وبها تستخرج اولا جملة الدفعة الأولى فقط $(1+ع)^{د}$ بواحدة من الطرق التي ذكرت في حينه ، وهي طريقة الحاسبة وطريقة الجداول(الفصل الأول). وبعد استخراج هذه الجملة نكمل استخراج جملة دفعة الدينار بطرح (1) من الجملة السابقة وقسمة الناتج على المعدل.

مثال1.

ما هي جملة دفعة دورية مقدارها دينار واحد تدفع في نهاية كل اربعة اشهر ولمدة ثمان سنوات اذا علمت ان معدل الفائدة المعتمد هو 5% كل اربعة اشهر؟

الـحل:

م=1 دينار	ع= 5% = 0.05 ربع سنوي	ن= 8 سنوات	ن*= 4 شهر /نهاية

$$د = \frac{\text{مدة الدفعات}}{\text{مدة الدفعة}} \Longleftarrow د = \frac{ن}{ن^*}$$

$$د = \frac{12\times 8}{4} = 24 \text{ دفعة}$$

$$ج^*_{د} = م \times \frac{(1+ع)^{د} - 1}{ع}$$

$$ج^*_{د} = \frac{(1+0.05)^{24} - 1}{0.05} = 44.50198 \text{ دينار الحل باعتماد الجدول الثالث}$$

$$ج^*_{د} = \frac{(1-3.225099)}{0.05} \quad \text{الحل باعتماد الجدول الأول}$$

ج*د = 44.50198 دينار

ويمكن استخراج ج*د باعتماد الجدول الثاني كما يأتي:

بما ان قيمة المقدار $(1+0.05)^{24}$ = (3.225099) من الجدول الأول

فان مقلوب المقدار (3.225099) = **(0.310067)** وبالتالي فان:

$$ج^*_د = \frac{1-(0.310067/1)}{0.05}$$

ج*د = 44.50198 دينار

مثال2.

ماهي جملة دفعة دورية مقدارها 200 دينار تدفع في نهاية كل ثلاثة اشهر ولمدة 9 سنوات ، اذا علمت ان معدل الفائدة المعتمد هو4% نصف سنوي ؟

الـحل:

المعطيات	م=200 دينار	ع= 4% = 0.04 نصف سنوي	ن= 9 سنوات
ن*= 3 شهر /نهاية		د= ن ÷ ن* = 9 × 12 ÷ 3 = 36 دفعة	

$$ج_د = م \times \frac{1-(1+ع)^{-د}}{ع}$$

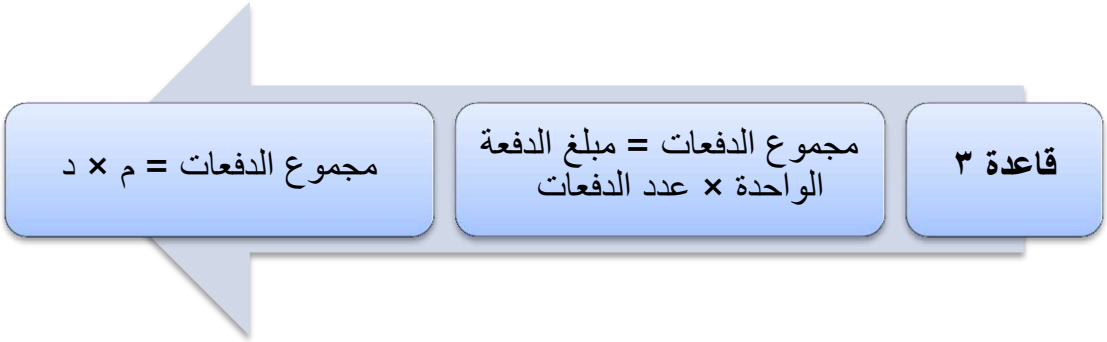
$$ج_د = 200 \times \frac{1-(1+0.04)^{-36}}{0.04}$$

ج د = 200× 77.59831

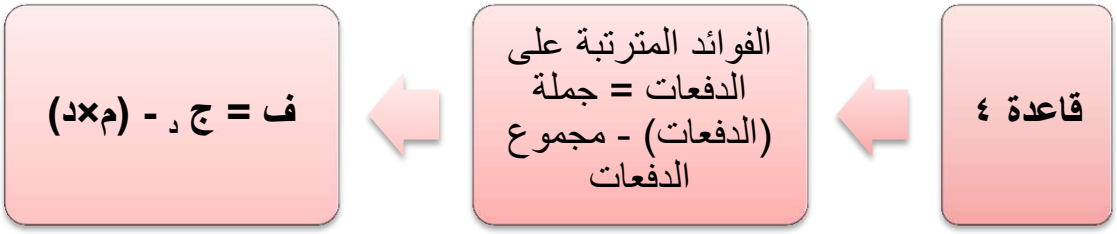
= 15519.662 دينار جملة الدفعات

ثالثا: استخراج مجموع الدفعات والفوائد.

كما تبين ان قانون جملة الدفعات يستخرج مجموع الدفعات والفوائد المترتبة عليها معا، وعليه لأستخراج أي منها بصورة منفردة يستوجب طرح الثاني من الجملة. كما ان مجموع الدفعات كما هو معروف، سواء كان وفق الفائدة البسيطة او الفائدة المركبة، يمكن استخراجه بضرب مبلغ الدفعة الواحدة في عدد الدفعات (د). وكما في القاعدة الآتية:



وبعد ذلك يمكن استخراج الفوائد المترتبة على الدفعات بطرح مجموع المبالغ (الدفعات) من جملة الدفعات كما يأتي:



مثال 3.

يودع علاء مبلغ 300 دينارا في نهاية كل ستة اشهر ولمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 3% نصف سنوي . فما هو مجموع المبالغ التي دفعها خلال الفترة وما هو المبلغ الذي يحصل عليه في نهاية مدة الأستثمار، وما هي الفوائد التي حققها من خلال هذه العملية ؟

الحل:

المعطيات	م=300 دينار	ع=3%= 0.03 سنويا	ن= 10 سنوات
ن* = 6 اشهر/ نهاية		د= ن÷ ن* =10×12÷ 6= 20 دفعة	

مج م = م× د= 300 × 20= 6000 دينار

$$ج^*_د = م \times \frac{1-(1+ع)^{-د}}{ع}$$

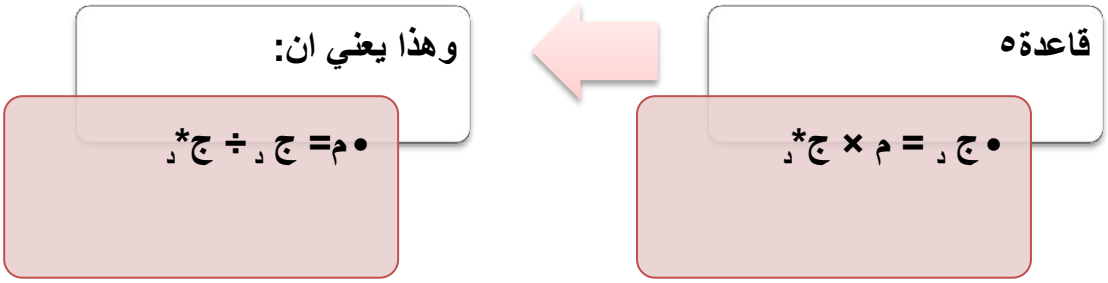
$$ج^*_د = 300 \times \frac{1-(1+0.03)^{-20}}{0.03}$$

$$= 300 \times 26.87030074 = 8061.106 = 8061 \text{ دينار}$$

ف= ج*د – (م× د)= 8061 −6000 = 2061 دينار الفوائد

رابعا– استخراج مبلغ الدفعة.

اذا كان مبلغ الدفعة هو العنصر المجهول فيمكن الوصول اليه وفق القاعدة الآتية :



مثال 4.

يوفر امجد مبلغا معينا نهاية كل عام لدى مصرف لقاء فائدة مركبة بمعدل 6% سنويا ، فاذا علمت ان ماحصل عليه امجد في نهاية العام الخامس عشر كان 53060 دينار فكم كان يدفع سنويا ؟

الحل:

المعطيات	ع=6% = 0.06 سنويا	د= ن÷ن*= 15÷1= 15دفعة	ن= 15سنة
	ن* = 1 سنة/نهاية	ج د= 53069 دينار	م= ؟

$$\text{ج}_{\text{د}} = \text{م} \times \frac{1-(1+\text{ع})^{-\text{د}}}{\text{ع}}$$

$$53069 = \text{م} \times \frac{1-(1+0.06)^{-15}}{0.06}$$

$$53069 = \text{م}\ 23.27596$$

$$53060 = \text{م} \times 23.27596$$

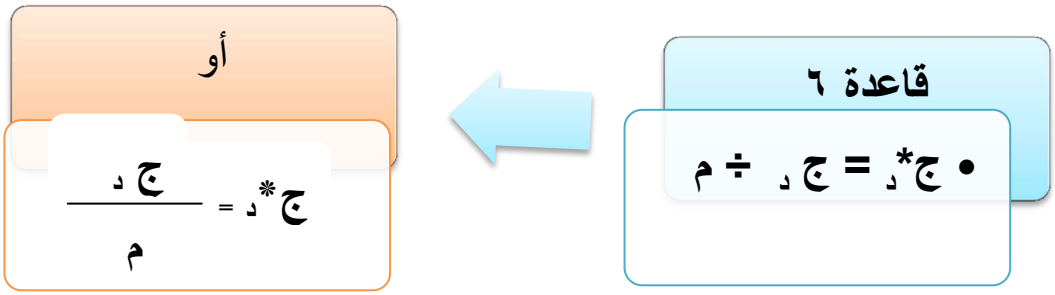
$$\text{م} = \frac{53060}{23.275964}$$

(من الجدول الثالث)

$$\text{م} = 2279.9918 = 2280 \text{ دينار}$$

خامسا- استخراج معدل الفائدة المعتمد.

عندما يكون معدل الفائدة هو العنصر المجهول فانه يستخرج من خلال جملة دفعة الدينار التي تستخرج بقسمة الجملة الكلية على مبلغ الدفعة الواحدة:



ثم نبحث عن هذه الجملة في الجدول الثالث وفي الصف الخاص بعدد الدفعات المعلوم فأن تم التوصل اليه كان المعدل المقابل لها هو المعدل المطلوب.

مثال5.

اذا علمت ان ليث قد استلم من المصرف 44112 دينار بعد ان كان يوفر مبلغ 4000 دينار نهاية كل ستة اشهر ولمدة 4 سنوات ، فما هو معدل الفائدة نصف السنوي المعتمد لدى المصرف ؟

الحل:

م=4000	ج د= 44112 دينار	ن= 4 سنوا ت	ن*=6 شهر /نهاية	ع= ؟

$$\text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} = \frac{12 \times 4}{6} = 8 \text{ دفعة}$$

$$\text{ج}^*_{\text{د}} = \frac{\text{ج د}}{\text{م}} = \frac{44112}{4000}$$

ج* د = 11.028 دينار جملة دفعة الدينار

وعند البحث في الجدول الثالث مقابل عدد الدفعات 8 دفعة نجد ان هذا العدد يقع تحت معدل 9% .

سادسا: استخراج الزمن او عدد الدفعات.

عندما تكون مدة الأستثمار او عدد الدفعات هو العنصر المجهول فان الخطوة الأولى هي استخراج جملة دفعة الدينار وذلك بقسمة جملة الدفعات على مبلغ الدفعة الواحدة،والخطوة الثانية هي البحث في الجدول الثالث وتحت المعدل المعتمد عن هذه الجملة المستخرجة ليكون العدد المقابل لها هو العدد المطلوب .

مثال6.

يستثمر سالم مبلغ 1000 دينار في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 5% سنويا . وبعد مدة معينة كانت جملة ما أستلمه سالم 17712 فما هي مدة الأستثمار ؟

الحل:

المعطيات	ج د = 17712	م=1000	ع=5% سنويا	ن*=سنة/ نهاية

$$\text{ج}^*_{\text{د}} = \frac{\text{ج د}}{\text{م}}$$

$$\text{ج}^*_{\text{د}} = \frac{17712}{1000}$$

ج*= 17.712 دينار جملة دفعة الدينار

وبالبحث في الجدول تحت المعدل 5% نجد ان جملة دفعة الدينار هذه تقع مقابل العدد 13سنة الذي يمثل مدة الاستثمار (ن).

سابعا:عندما تكون الدفعات فورية.

كما هو معروف فأن هناك دفعات عادية ودفعات فورية، وما تم اعتماده لحد الأن ضمن موضوع الدفعات في الفائدة المركبة هو النوع الأول فقط وهو الدفعات العادية وعليه فأن الجدول الثالث من جداول الفائدة المركبة يعتمد الدفعات العادية ويعطيك جملة عدد من الدفعات العادية في تاريخ دفع الدفعة الأخيرة . على انه يمكن معالجة موضوع الدفعات الفورية (التي تدفع في بداية المدة) بواحدة من الطريقتين التاليتين:

1- بأستخراج جملة الدفعات العادية (بنفس العدد) واعتبارها منقطعة لدفعة دورية واحدة ، وكما في القاعدة الآتية:

قاعدة ٧

- .

$$\text{ج د} = \frac{1 - (1+\text{ع})^{\text{د}}}{\text{ع}} \quad (1+\text{ع})$$

2-او بأستخراج جملة الدفعات العادية (لعدد اكبر بواحد) ومن ثم طرح واحد صحيح من الجملة المستخرجة على اساس انها الدفعة التي اضيفت والتي لاتحقق فائدة ، وكما يلي:

قاعدة ٨

- .

$$\text{ج د} = \frac{1-(1+\text{ع})^{-\text{د}}}{\text{ع}} - 1$$

مثال7:

ماهي جملة دفعة فورية مقدارها 200 دينار تدفع في بداية كل سبعة اشهر ولمدة 14 سنة علما بان معدل الفائدة كان 3% كل سبعة اشهر ؟

الحل:

المعطيات		
	م= 200 دينار	ع= 3% = 0.03 كل سبعة اشهر
	ن=14 سنة	ن*= 7 اشهر/بداية

$$\text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*}$$

$$\text{د} = \frac{14 \times 12}{7} = 24 \text{ دفعة}$$

$$\text{ج د} = \frac{1-(1+\text{ع})^{-\text{د}}}{\text{ع}} (1+\text{ع})$$

$$\text{ج}_{24} = \frac{1-(1+0.03)^{-24}}{0.03} (1+0.03)$$

$$= 34.42647 \times 1.03 = 35.459264$$

جملة الدفعات = 200×35.459264 = 7091.852800 = 7092 دينار

او $\text{ج}_{24} = \text{ج}_{25} - 1 = 36.4592 - 1 = 35.4592$

من الجدول الثالث عندما: ن =25 ع = 3%

أي جملة الدفعات = 35.459264 × 200 = 7091.8528 دينار

مثال8 .

يودع السيد ثامر مبلغ 1000 دينار في نهاية كل ستة اشهر ولمدة سبع سنوات، فأذا كان معدل الفائدة المركبة المعتمد هو 2% نصف سنويا، فما هو المبلغ الذي يستلمه السيد ثامر في نهاية المدة ؟ وما هو مجموع الفوائد التي يحققها؟

الحل:

المعطيات	م= 1000 دينار	ن*= 6 اشهر / نهاية
	ن= 7 سنوات	ع = 2% = 0.02 نصف سنوي

$$د = \frac{ن}{ن^*} = \frac{12 \times 7}{6} = 14 \text{ دفعة}$$

ما يستلمه السيد ثامر = جملة الدفعات

$$ج_د = م \times \frac{1-(1+ع)^{-د}}{ع}$$

$$ج_د = 1000 \times \frac{1-(1+0.02)^{-14}}{0.02}$$

= 1000 × 15.973938 باستخدام الجدول الثالث

= 15973.938 دينار جملة المبلغ

مجموع المبالغ = م × د

= 1000 × 14 = 14000 دينار

ف د = ج د – (م× د)

= 15973.938 – 14000 = 1937.938 دينار

مثال 9:

يودع السيد عماد مبلغ 200 دينار في نهاية كل أربعة أشهر ولمدة 9 سنوات بمعدل فائدة مركبة 4% كل أربعة أشهر، فما هو مجموع الفوائد التي يحققها من هذه العملية؟

الـحل:

المعطيات		
م= 2000 دينار		ن*= 4 اشهر / نهاية
ن= 9 سنوات		ع= 4% = 0.04 كل اربعة اشهر/ربع سنوي

$$د = \frac{ن}{ن^*} = \frac{9 \times 12}{4} = 27 \text{ دفعة}$$

$$ج_د = م \times \frac{(1+ع)^{د} - 1}{ع}$$

$$ج_د = 2000 \times \frac{(1+0.04)^{27} - 1}{0.04}$$

= 2000 × 47.08421 باستخدام الجدول الثالث

= 94168.42 دينار جملة المبلغ

مجموع المبالغ = م × د

= 2000 × 27 = 54000 دينار

$ف_د = ج_د - (م \times د)$

= 94168.42 – 54000 = 40168.42 دينار

تمارين الفصل الثامن

س1: ما جملة دفعة دورية مقدارها 400 دينار تدفع في نهاية كل ستة اشهر ولمدة 12 سنة اذا علمت ان معدل الفائدة المعتمد هو 6% نصف سنوي؟

س2: يودع السيد غسان مبلغ معين في نهاية كل ستة اشهر الى مؤسسة استثمارية تمنح فائده مركبة بمعدل 4% نصف سنوي وفي نهاية المدة بلغ رصيده 3125 دينار. فما هو مقدار الدفعة؟

س3: يودع السيد هيثم مبلغ 200 دينار في نهاية كل شهرين ولمدة 5 سنوات وبمعدل فائده مركبة 3% كل شهرين فما هو المبلغ الذي يحصل عليه في نهاية المدة وما هي الفوائد التي حققها من خلال عملية الايداع؟

س4: استثمر السيد فاضل 300 دينار شهريا في مصرف بمعدل فائدة 3% شهريا وبعد مدة معينة بلغ رصيدة 3840 دينار. فكم عدد سنوات الاستثمار؟

س5: استثمر السيد عصام في مصرف 300 دينار في نهاية كل ثلاثة اشهر ولمدة 5 سنوات فبلغ رصيدة في نهاية المدة 8933,4 دينار. فما هو معدل الفائدة ربع السنوي المعتمد لدى المصرف؟

س:6: استثمر السيد علاء مبلغ 400 دينار في نهاية كل ثلاثة اشهر بمعدل فائدة 6% ربع سنوي فبلغت جملته 6746 كم هو عدد الدفعات؟

س7: ما جملة دفعة فورية مقدارها 300 دينار تدفع في بداية كل ستة اشهر ولمدة 12 سنة علما بان معدل الفائده هو 7% سنويا؟

الفصل التاسع: القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساوية

أهداف الفصل: يهدف الفصل الى ما يأتي:

أولا: التعرف على قانون القيمة الحالية للدفعات.

ثانيا: كيفية حساب القيمة الحالية لدفعة الدينار.

ثالثا: كيفية حساب مبلغ الدفعة الواحدة ومعدل الفائدة.

رابعا: كيفية حساب القيمة الحالية عندما يكون عدد الدفعات مجهولا.

خامسا: كيفية حساب القيمة الحالية عندما تكون الدفعة فورية.

محاور الفصل: يتضمن الفصل المحاور الآتية:

اولا: قانون القيمة الحالية للدفعات.

ثانيا: استخراج القيمة الحالية لدفعة الدينار.

ثالثا: استخراج الخصم.

رابعا: استخراج مبلغ الدفعة الواحدة.

خامسا: استخراج معدل الفائدة .

سادسا: عندما يكون عدد الدفعات مجهولا.

سابعا: عندما تكون الدفعة فورية.

تمهيد.

القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساوية هي القيمة التي تحتسب في الوقت الحاضر لمجموعة من المبالغ المتساوية تدفع او تستحق لاحقا وفي اوقات دورية متساوية على ان القيمة الأسمية لتلك الدفعات هي قيمتها في تلك التواريخ – الدفع او الأستحقاق – حسب طبيعة عملية الأستثمار.

اولا: قانون القيمة الحالية للدفعات :

اذا كان قانون القيمة الحالية للمبلغ الواحد بفائدة مركبة هو : $ق = س(1+ع)^{-ن}$

فان قانون القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية تدفع في نهاية كل فترة يكون كما في القاعدة (1):

قاعدة ١

$$ق_{د} = س \times \frac{1 - (1+ع)^{-د}}{ع}$$

على اساس ان :

$ق_{د}$ = القيمة الحالية للدفعات

س= القيمة الاسمية للدفعة

د= عدد الدفعات

ثانيا: استخراج القيمة الحالية لدفعة الدينار.

يمكن استخراج القيمة الحالية لدفعة الدينار وكما في القاعدة (2).

قاعدة ٢

$$ق^*_{د} = \frac{1 - (1+ع)^{-د}}{ع}$$

على اساس ان :

$ق^*_{د}$ = القيمة الحالية لدفعة الدينار

وهناك عدة طرق لأستخراج القيمة الحالية لدفعة الدينار منها المباشرة ومنها غير المباشرة :

1- الطريقة المباشرة.

وتعتمد هذه الطريقة على الجدول الرابع من جداول الفائدة المركبة الذي يعطيك القيمة الحالية لأي عدد من الدفعات مابين 1-50 دفعة تخصم بمعدل خصم مابين 1%-28% وهي مشابهة للجداول الأخرى.

مثال 1:

ماهي القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية مقدارها 160 دينار تدفع في نهاية كل خمسه اشهر ولمدة عشرة سنوات اذا علمت ان المعدل المعتمد هو 8% كل خمسة اشهر؟

الحل :

المعطيات			
ع= 8%= 0.08	ن*= 5 أشهر	ق=؟
س= 160	ن= 10سنوات = 10 × 12 = 120 شهر	

$$د = \frac{ن}{ن^*} \Longleftarrow د = \frac{120}{5}$$

د= 24 دفعة

$$\text{ق}_{\text{د}} = \text{س} \times \frac{(1+\text{ع})^{-\text{د}} - 1}{\text{ع}}$$

$$\text{ق}_{24} = 160 \times \frac{(1+0.08)^{-24} - 1}{0.08}$$

= 160×10.52875 = 1684.60 دينار من الجدول الرابع

مثال2:

جد القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية مقدار كل منها 600 دينار بمعدل فائدة مقدارها 6%، تدفع في نهاية كل (6) أشهر، ولمدة (9) سنوات.

الحل:

المعطيات			
ع= 6%= 0.06	ن*= 6 أشهر	ق د=؟
س= 600	ن= 9 سنوات = 9 × 12 = 108 شهر	

$$\text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} \quad \Longleftarrow \quad \text{د} = \frac{108}{6}$$

د= 18 دفعة

$$\text{ق}_{\text{د}} = \text{س} \times \frac{(1+\text{ع})^{-\text{د}} - 1}{\text{ع}}$$

$$\text{ق}_{\text{د}} = 600 \times \frac{(1+0.06)^{-18} - 1}{0.06}$$

= 600 × 10.82760 = 6496.56 دينار من الجدول الرابع

2: الطريقة غير المباشرة.

وفيها يتم استخراج القيمة الحالية للدفعة الأخيرة $(1+ع)^{-ن}$ فقط بألاعتماد على واحدة من الطرق الآتية : تكرار عمليات القسمة، الحاسبة الألكترونية، الجدول الثاني ومقلوب الجدول الأول، كما مر ذلك في استخراج القيمة الحالية للمبلغ الواحد. وبعد استخراج القيمة الحالية للدفعة الأخيرة نكمل حل القانون بطرح تلك القيمة من (1) ومن ثم قسمة الناتج على معدل الفائدة المعتمد، أي اكمال حل القانون.

مثال3:

حل المثال السابق بالطرق غير المباشرة:

الـــحل :

$$ق_{د} = س \times \frac{1 - (1+ع)^{-د}}{ع}$$

من الجدول الثاني عندما تكون ن=24 ع=8% فان:

$(1+ع)^{-د} = 0.15769$ **وبذلك فان:**

$$ق_{10} = 160 \times \frac{1 - 0.15769}{0.08}$$

$= 160 \times 10.52875 = 1684.6$ دينار

كما يمكن ايجاد الحل من خلال مقلوب الجدول الأول، وكما يأتي:

$$ق_{24} = 160 \times \frac{1 - (6.34118/1)}{0.08}$$

$= 1684,60$ دينار

ثالثا:- استخراج الخصم:

كما هو معلوم فان الخصم يمثل المبلغ المطروح من القيمة الأسمية للوصول الى القيمة الحالية، وعليه يكون :

مج خ = مج س – ق د

وبما ان مجموع الدفعات (مج س) يتم استخراجه بحاصل ضرب مبلغ الدفعة الواحدة بعدد الدفعات، وفق القاعدة (3):

قاعدة ٣

• مج س = س× د

عليه يمكن الوصول إلى مجموع الخصم من خلال القاعدة (4):

قاعدة ٤

• مج خ = س× د – ق د

مثال 4:

ماهي القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية مقدارها 240 دينار تدفع نهاية كل ثلاثة اشهر ولمدة 9 سنوات، اذا علمت ان المعدل المعتمد 4% يركب كل ثلاثة اشهر، وما هو مقدار الخصم الذي احتسب على الدفعة ؟

الحل:

المعطيات			
س= 240	ن= 9 سنوات= 9 × 12 = 108 شهر	ن*= 3 اشهر
ق د = ؟	ع= 4% = 0.04 كل ثلاثة اشهر	خ= ؟

$$د = \frac{ن}{ن^*} \Longleftarrow \frac{108}{3} = د$$

د= 36 دفعة

$$ق_د = س \times \frac{1 - (1+ع)^{-د}}{ع}$$

$$ق_{36} = 240 \times \frac{1-(1+0.04)^{-36}}{0.04}$$

= 240 × 18.90828 بأعتماد الجدول الرابع

=4537.9872 دينار القيمة الحالية للدفعة

مج س = س× د

= 240 ×36 = 8640 دينار مجموع الدفعات

خ = س× د – ق د

= 8640 – 4537.9872 = 4102.0128 = 4102 دينار

كما يمكن الوصول الى الخصم مباشرة من خلال طرح القيمة الحالية لدفعة الدينار من عدد الدفعات لأستخراج خصم دفعة الدينار ثم ضرب ذلك في مبلغ الدفعة الواحدة للوصول الى خصم جميع الدفعات ، كما يتضح ذلك في حل المثال السابق كما يلي:

مجموع دفعة الدينار = مج س

= س × د = 36×1 = 36 دينار

ويمكن استخراج خصم دفعة الدينار وفق القاعدة الآتية:

قاعدة ٥	**خصم دفعة الدينار = خ*= د – ق* د**

وبالتالي فان:

خصم دفعة الدينار = خ*= د – ق*د

= 36 −18.90828= 17.09172 دينار

خصم الدفعات = س × خ*

= 240 × 17.09172

= 4102.0128 = 4102 دينار

رابعا: استخراج مبلغ الدفعة الواحدة:

يمكن الوصول الى مبلغ الدفعة الواحدة اذا كان مجهولا من خلال القاعدة الآتية:

قاعدة ٦

مبلغ الدفعة= القيمة الحالية للدفعات ÷ القيمة الحالية لدفعة الدينار

وبما ان:

$$\text{ق}_{\text{د}} = \text{س} \times \frac{1 - (1+\text{ع})^{-\text{د}}}{\text{ع}}$$

ولأن:

$$\text{ق}^{*}_{\text{د}} = \frac{1 - (1+\text{ع})^{-\text{د}}}{\text{ع}}$$

فان: $\text{ق}_{\text{د}} = \text{س} \times \text{ق}^{*}_{\text{د}}$

كما ان: $\text{س} = \frac{\text{ق}_{\text{د}}}{\text{ق}^{*}_{\text{د}}}$

أي ان مبلغ الدفعة = القيمة الحالية للدفعات ÷ القيمة الحالية لدفعة الدينار

مثال 4:

اذا كانت القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية تدفع في نهاية كل خمسة اشهر ولمدة 15 سنة هي 10000 دينار فما هو مبلغ الدفعة الواحدة مع العلم ان معدل الفائدة المعتمد هو 3% كل خمسة اشهر؟

الحل:

المعطيات	$\text{ق}_{\text{د}}$ = 10000 دينار	ن= 15 سنة = 12×15 = 180شهر	
	ع=3% = 0.03 سنوياً	ن*= خمسة اشهر	س = ؟

$$س = \frac{ق_{د}}{ق^{*}_{د}}$$

$$د = \frac{ن}{ن^{*}} \Longleftarrow د = \frac{180}{5} = 36 \text{ دفعة}$$

$$ق^{*}_{د} = \frac{1 - (ع+1)^{-د}}{ع}$$

$$ق^{*}_{د} = \frac{1 - (0.03+1)^{-36}}{0.03} = 21.83225$$

$$س = \frac{ق_{د}}{ق^{*}_{د}} \Longleftarrow س = \frac{10000}{21.83225}$$

س = 458.03 دينار مبلغ الدفعة الواحدة

خامسا: استخراج معدل الفائدة.

وبالنسبة الى معدل الفائدة المعتمد فأنه يمكن الوصول اليه من خلال معرفة القيمة الحالية لدفعة الدينار من خلال قسمة القيمة الحالية الكلية للدفعات على القيمة الأسمية للدفعة الواحدة ، ومن ثم البحث عن هذه القيمة في الجدول الرابع في الصف الخاص بعدد الدفعات المعتمد، وبعد ذلك – ان وجد – يكون المعدل المقابل لتلك القيمة هو المعدل المطلوب.

مثال5:

ما هو معدل الخصم نصف السنوي المعتمد لدى مصرف اذا علمت انه دفع الى السيد نبيل مبلغ 17060 دينار وذلك كقيمة حالية لدفعة دورية متساوية في نهاية كل ستة اشهر ولمدة خمسة سنوات مبلغ الواحدة منها 2000 دينار؟

الحل:

المعطيات	س= 2000 دينار	ن*=6 اشهر	ع=؟
	ن= 5 سنوات = 5× 12 =60 شهر		ق د = 17060 دينار

$$د = \frac{ن}{ن^*} \quad \Longleftarrow \quad د = \frac{60}{6} = 10 \text{ دفعات}$$

$$ق_د = س \times \frac{1 - (1+ع)^{-د}}{ع}$$

$$ق^* = \frac{ق_د}{س} = \frac{17060}{2000} = 8.53 \text{ دينار}$$

وعند البحث في الجدول الرابع وفي الصف الخاص بعدد الدفعات (10) نجد ان القيمة الحالية لدفعة الدينار 8,53 تقع تحت معدل فائدة 3%.

سادساً: عندما يكون عدد الدفعات مجهولاً:

عندما يكون عدد الدفعات مجهولا نبداء بقسمة القيمة االحالية على القيمة الأسمية للوصول الى القيمة الحالية لدفعة الدينار التي نبحث عنها في الجدول الرابع تحت معدل الفائدة المعتمد فتكون مقابل عدد الدفعات المطلوب.

مثال6:

ماهو عدد الدفعات التي مبلغها 2000 دينار للدفعة الواحدة وتدفع في نهاية كل ستة اشهر والتي لو خصمت بمعدل 3% سنويا لكانت القيمة الحالية لها 17060 دينار؟

الحل:

المعطيات	س=2000 دينار	ع=3% = 0.03 سنويا
ق*=؟	ن*= 6 اشهر	ق د= 17060 دينار

$$\text{ق}^* = \frac{\text{ق د}}{\text{س}} = \frac{17060}{2000} = 8.53 \text{ القيمة الحالية لدفعة الدينار}$$

وعند البحث في الجدول الرابع وتحت المعدل 3% نجد ان هذه القيمة تقع مقابل 10 دفعة.

سابعا: عندما تكون الدفعة فورية.

الدفعة الفورية هي التي تدفع في بداية المدة كما هو معروف، ولأن الجدول الرابع لايعتمد الدفعة الفورية بل الدفعة العادية، عليه لابد من معالجة لذلك من خلال.

القاعدة ٧

ق د (الفورية)= ق(د-١) عادية +١

مثال7:

ماهي القيمة الحالية لدفعة فورية مقدارها 2000 دينار تدفع في بداية كل اربعة اشهر ولمدة 8 سنوات اذا ما خصمت بمعدل 4% ربع سنوي ؟

الحل:

المعطيات	س=2000 دينار	ن* = 4 اشهر /بداية
	ع= 4% = 0.04 ربع سنوي	ن= 8 سنوات = 8 × 12 = 96 شهر

$$\text{د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}^*} \Longleftarrow \text{د} = \frac{96}{4} = 24 \text{ دفعة}$$

ق د= ق (د-1) +1

ق(24) فورية = ق(24-1) عادية + 1

من الجدول الرابع = **ق(23) +1**

= 14.856841+1 =15,856841 دينار

ن= 23 ع = 4%

= 2000 ×15,856841

= 31713,682 = 31714 دينار

تمارين الفصل التاسع

س1: ما هي القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية مقدارها 300 دينار تدفع في نهاية كل ستة اشهر ولمدة خمسة سنوات اذا علمت ان المعدل المعتمد 3% نصف سنوي؟

س2: ما هي القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية مقدارها 500 دينار تدفع في نهاية كل ستة اشهر ولمدة 9 سنوات اذا علمت ان المعدل المعتمد 5% نصف سنوي؟

س3: ما هي القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية مقدارها 100 دينار تدفع في نهاية كل سبعة اشهر ولمدة 14 سنة اذا علمت ان المعدل المعدل المعتمد 2% كل سبعة اشهر ، وما هو مقدار الخصم الذي احتسب على الدفعة ؟

س4: اذا كانت القيمة الحالية لدفعة دورية متساوية تدفع في نهاية كل اربعة اشهر ولمدة 12 سنة هي 2000 دينار فما هو مبلغ الدفعة الواحدة مع العلم ان معدل الفائدة المعتمد هو 6% كل اربعة اشهر ؟

س5: ما هو معدل الخصم نصف السنوي المعتمد لدى مصرف اذا علمت انه دفع الى السيد احمد مبلغ 33325 دينار وذلك كقيمة حالية لدفعة دورية متساوية في نهاية كل ستة اشهر ولمدة 20 سنة مبلغ الواحدة منها 2500 دينار؟

س6: ما هو عدد الدفعات التي مبلغ كل منها 6000 دينار وتدفع في نهاية كل ثلاثة اشهر والتي لو خصمت بمعدل 4% ربع سنوي لكانت القيمه الحالية 81540 دينار؟

س7: ما هي القيمة الحالية لدفعة فورية متساوية مقدارها 3000 دينار تدفع في بداية كل خمسة اشهر 10 سنوات بمعدل خصم 3% كل خمسة اشهر ؟

المحتويات

الفصل	العنوان	الصفحة
الفصل الأول	**أساسيات الفائدة البسيطة**	**7**
	أولا: مفهوم الفائـــدة.	8
	ثانيا: عناصر الفائـــدة.	10-9
	ثالثا: قانون الفائدة البسيطـة.	15 - 10
	رابعا: قانون الجملـــة.	18 - 15
	خامسا: استخراج الزمن	20 - 18
	سادسا: أنواع الفائدة البسيطة.	24 -20
	تمارين الفصل الأول	24
الفصل الثاني	**اساسيات الطريقة المختصرة وطريقة الرصيد الشهري**	**25**
	أولا: أساسيات الطريقـة المختصـــرة.	38 -26
	ثانيا: طريقة الرصيد الشهري الأدنى.	42 - 38
	تمارين الفصل الثاني	45 -42
الفصل الثالث:	**الدفعات الدورية المتساوية**	**46**
	أولا: عناصر الدفعـــــــات	50 - 48
	ثانيا: قانون فائدة الدفعات	52 - 50
	ثالث: جملة الدفعـات	54 - 52
	رابعا: انواع الدفعـــات	57 - 54
	تمارين الفصل الثالث	58
الفصل الرابع:	**تسديد القروض قصيرة الأجل**	**59**
	أولا: القسط الواحد	65 - 61
	ثانيا: دفع الفوائد مقدما	67 - 65
	ثالثا: الفوائد الدورية المتساوية	70 - 68
	رابعا: الفوائد الدورية المؤجلة	75-71
	خامسا: الأقساط الدورية المتساوية	80 - 76
	سادسا: الأقساط المتناقصة	84 - 80
	تمارين الفصل الرابع	86 - 85

الفصل	العنوان	الصفحة
الفصل الخامس	**خصم الديون وقطع الأوراق التجارية**	**87**
	أولا: قوانين الخصم والقيمة الحالية	93 - 88
	ثانيا: الطريقة المختصرة لاستخراج الخصم التجاري	95 - 93
	ثالثا: القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساوية	98 - 95
	رابعا: قطع الأوراق التجارية في المصارف	102 - 98
	تمارين الفصل الخامس	103 - 102
الفصل السادس	**الجملة بالفائدة المركبة**	**104**
	أولا: التعريف بالفائدة المركبة	105
	ثانيا: قانون الجملة بالفائدة المركبة	108 - 105
	ثالثا: استخراج جملة أي مبلغ	109 - 109
	رابعا: استخراج الفائدة	110 - 109
	خامسا: استخراج المبلغ	111 - 110
	سادسا: استخراج الزمن	113 - 111
	سابعا: استخراج المعدل	113
	ثامنا: استخراج الجملة اذا كان المعدل غير سنوي	116 - 113
	تمارين الفصل السادس	117
الفصل السابع	**القيم الحالية بالفائدة المركبة**	**118**
	أولا: قانون القيمة الحالية بالفائدة المركبة	120 -119
	ثانيا: استخراج القيمة الحالية للدينار الواحد	124 - 120
	ثالثا: استخراج القيمة الأسمية	126 - 124
	رابعا: استخراج الخصم	128 - 126
	خامسا: استخراج الزمن	129 - 128
	سادسا: استخراج المعدل	130 - 129
	تمارين الفصل السابع	130
الفصل الثامن	**جملة الدفعات الدورية المتساوية بفائدة مركبة**	**144 - 131**
	أولا: قانون جملة الدفعات العادية	133 - 132
	ثانيا: استخراج جملة دفعة الدينار الواحد	135 - 133
	ثالثا: استخراج مجموع الدفعات والفوائد	137 - 135
	رابعا: استخراج مبلغ الدفعة	138 - 137
	خامسا: استخراج معدل الفائدة المعتمد	139 - 138
	سادسا:استخراج الزمن او عدد الدفعات	140 - 139
	سابعا: عندما تكون الدفعات فورية	143 - 140
	تمارين الفصل الثامن	144

الفصل	العنوان	الصفحة
الفصل التاسع	**القيمة الحالية للدفعات الدورية المتساوية**	**145**
	أولا: قانون القيمة الحالية للدفعات	146
	ثانيا: استخراج القيمة الحالية لدفعة الدينار	149 - 146
	ثالثا: استخراج الخصم	152 - 149
	رابعا: استخراج مبلغ الدفعة الواحدة	153 - 152
	خامسا: استخراج معدل الفائدة	154 - 153
	سادسا: عندما يكون عدد الدفعات مجهولا	155 -154
	سابعا: عندما تكون الدفعة فورية	155
	تمارين الفصل التاسع	156
	المحتويات	162 – 160
	الجداول	169 – 163
	المصادر	170

الجدول الأول: جملة مبلغ دينار واحد بفائدة مركبة $(1+ع)^{ن}$

ن	%1	%2	%3	%4	%5	%6	%7	%8	%9	%10
1	1.0100	1.0200	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900	1.1000
2	1.0201	1.0404	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.2100
3	1.0302	1.0612	1.0927	1.1248	1.1576	1.1910	1.2250	1.2597	1.2950	1.3310
4	1.0406	1.0824	1.1255	1.1698	1.2155	1.2624	1.3107	1.3604	1.4115	1.4641
5	1.0510	1.1040	1.1592	1.2166	1.2762	1.3382	1.4035	1.4693	1.5386	1.6105
6	1.0615	1.1261	1.1940	1.2653	1.3400	1.4185	1.5007	1.5868	1.6771	1.7716
7	1.0721	1.1486	1.2298	1.3159	1.4071	1.5036	1.6057	1.7138	1.8280	1.9487
8	1.0828	1.1716	1.2267	1.3685	1.4774	1.5938	1.7181	1.8509	1.9925	2.1436
9	1.0936	1.1950	1.3047	1.4223	1.5512	1.6894	1.8384	1.9990	2.1718	2.3579
10	1.1046	1.2189	1.3439	1.4802	1.6288	1.7908	1.9631	2.1589	2.3673	2.5937
11	1.1156	1.2433	1.3842	1.5394	1.7103	1.8982	2.1048	2.3316	2.5804	2.8531
12	1.1268	1.2682	1.4257	1.6010	1.7958	2.0121	2.2521	2.5181	2.8126	3.1384
13	1.1380	1.2936	1.4685	1.6650	1.8856	2.1329	2.4098	2.7196	3.0658	3.4523
14	1.1494	1.3194	1.5125	1.7316	1.9799	2.2609	2.5785	2.9371	3.3417	3.7975
15	1.1609	1.3458	1.5579	1.8009	2.0789	2.3965	2.7590	3.1721	3.6424	4.1772
16	1.1725	1.3727	1.6047	1.9729	2.1838	2.5403	2.9521	3.4259	3.9703	4.5950
17	1.1843	1.4002	1.6528	1.9479	2.2930	2.6927	3.1588	3.7000	4.3276	5.0545
18	1.1961	1.4282	1.7024	2.0258	2.4066	2.8543	3.3799	3.9960	4.7171	5.5599
19	1.2081	1.4568	1.7535	2.1068	2.5269	3.0255	3.7165	4.3157	5.1416	6.1159
20	1.2201	1.4859	1.8061	2.1911	2.6532	3.2071	3.8696	4.6609	5.6044	6.7275
21	1.2323	1.5156	1.8602	2.2787	7859,2	3.3995	4.1405	5.0338	6.1088	7.4002
22	1.2447	1.5459	1.9161	2.3699	2.9252	3.6035	4.4304	5.4365	6.6586	8.1403
23	1.2571	1.5768	1.9735	2.4647	3.0715	3.8197	4.8405	5.8714	7.2578	8.9543
24	1.2697	1.6084	2.0327	2.5633	3.2250	4.0489	5.0723	6.3411	7.9110	9.8497
25	1.2824	1.6406	2.0937	2.6658	3.3863	4.2918	5.4274	6.8484	8.6230	10.835

الجدول الثاني: القيمة الحالية لدينار واحد بفائدة مركبة $(1+ع)^{-ن}$

الفترة (t)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1	0.990	0.980	0.971	0.962	0.952	0.943	0.935	0.926	0.917	0.909	0.901	0.893	0.885
2	0.980	0.961	0.943	0.925	0.907	0.890	0.873	0.857	0.842	0.826	0.812	0.797	0.783
3	0.971	0.942	0.915	0.889	0.864	0.840	0.816	0.794	0.772	0.751	0.731	0.712	0.693
4	0.961	0.924	0.889	0.855	0.823	0.792	0.763	0.735	0.708	0.683	0.659	0.636	0.613
5	0.951	0.906	0.863	0.822	0.784	0.747	0.713	0.681	0.650	0.621	0.593	0.567	0.543
6	0.942	0.883	0.838	0.790	0.746	0.705	0.666	0.630	0.596	0.564	0.535	0.507	0.480
7	0.933	0.871	0.813	0.760	0.711	0.665	0.623	0.583	0.547	0.513	0.482	0.452	0.425
8	0.923	0.853	0.789	0.731	0.677	0.627	0.582	0.540	0.502	0.467	0.434	0.404	0.376
9	0.914	0.837	0.766	0.703	0.645	0.592	0.544	0.500	0.460	0.424	0.391	0.361	0.333
10	0.905	0.820	0.744	0.676	0.614	0.558	0.503	0.463	0.422	0.386	0.352	0.322	0.295
11	0.896	0.804	0.722	0.650	0.585	0.527	0.475	0.429	0.388	0.350	0.317	0.287	0.261
12	0.887	0.788	0.701	0.625	0.557	0.497	0.444	0.397	0.356	0.319	0.285	0.257	0.231
13	0.879	0.773	0.681	0.601	0.530	0.469	0.415	0.368	0.326	0.290	0.258	0.229	0.204
14	0.870	0.758	0.661	0.577	0.505	0.442	0.388	0.340	0.299	0.263	0.232	0.205	0.181
15	0.861	0.743	0.642	0.555	0.481	0.417	0.362	0.315	0.275	0.239	0.209	0.183	0.160
16	0.853	0.728	0.623	0.534	0.458	0.394	0.339	0.292	0.252	0.218	0.188	0.163	0.141
17	0.844	0.714	0.605	0.513	0.436	0.371	0.317	0.270	0.231	0.198	0.170	0.146	0.125
18	0.835	0.700	0.587	0.494	0.416	0.350	0.296	0.250	0.212	0.180	0.153	0.130	0.111
19	0.828	0.686	0.570	0.475	0.396	0.331	0.276	0.232	0.194	0.164	0.138	0.116	0.098
20	0.820	0.673	0.554	0.456	0.377	0.312	0.258	0.215	0.178	0.149	0.124	0.104	0.087

الجدول الثالث: القيمة الحالية لدفعات متدفقة متساوية

40%	36%	32%	28%	24%	20%	19%	18%	17%	16%	15%	14.%	الفترة
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	**0**
0.714	0.735	0.758	0.781	0.806	0.833	0.840	0.847	0.855	0.862	0.870	0.877	**1**
0.510	0.5.41	0.574	0.610	0.650	0.694	0.706	0.718	0.731	0.743	0.756	0.769	**2**
0.364	0.398	0.435	0.477	0.524	0.579	0.593	0.609	0.624	0.341	0.658	0.675	**3**
0.260	0.292	0.329	0.373	0.423	0.482	0.499	0.516	0.534	0.552	0.572	0.592	**4**
0.186	0.215	0.250	0.291	0.341	0.402	0.419	0.437	0.456	0.476	0.497	0.519	**5**
0.133	0.158	0.189	0.227	0.275	0.335	0.352	0.370	0.390	0.410	0.432	0.456	**6**
0.095	0.116	0.143	0.178	0.222	0.279	0.296	0.314	0.333	0.354	0.376	0.400	**7**
0.068	0.085	0.108	0.139	0.179	0.233	0.249	0.266	0.285	0.305	0.327	0.351	**8**
0.048	0.063	0.082	0.108	0.144	0.194	0.209	0.225	0.243	0.263	0.2&4	0.308	**9**
0.035	0.046	0.062	0.085	0.116	0.162	0.176	0.191	0.20B	0.227	0.247	0.270	**10**
0.025	0.034	0.047	0.066	0.094	0.135	0.148	0.162	0.178	0.195	0.215	0.237	**11**
0.018	0.025	0.035	0.052	0.076	0.112	0.124	0.137	0.152	0.168	0.187	0.208	**12**
0.013	0.018	0.027	0.040	0.061	0.093	0.104	0.116	0.130	0.145	0.163	0.182	**13**
0.009	0.014	0.021	0.032	0.049	0.078	0.088	0.099	0.111	0.125	0.141	0.160	**14**
0.006	0.010	0.016	0.025	0.040	0.065	0.074	0.084	0.095	0.108	0.123	0.140	**15**
0.005	0.007	0.012	0.019	0.032	0.054	0.062	0.071	0.081	0.093	0.107	0.123	**16**
0.003	0.005	0.009	0.015	0.026	0.045	0.052	0.060	0.069	0.080	0.093	0.108	**17**
0.002	0.004	0.007	0.012	0.021	0.038	0.04.4	0.051	0.059	0.069	0.081	0.095	**18**
0.002	0.003	0.005	0.009	0.017	0.031	0.037	0.043	0.051	0.060	0.070	0.083	**19**
0.001	0.002	0.004	0.007	0.014	0.026	0.031	0.037	0.043	0.051	0.061	0.073	**20**

13%	12%	11%	10%	9.%	8.%	7.%	6%	5%	4.%	3.%	2%	1.%	الفترة (t)
0.885	0.893	0.901	0.909	0.917	0.926	0.935	0.943	0.952	0.962	0.971	0.980	0.990	**1**
1.668	1.690	1.713	1.736	1.759	1.783	1.808	1.833	1.859	1.886	1.913	1.942	1.970	**2**
2.361	2.402	2.444	2.487	2.531	2.577	2.624	2.673	2.723	2.775	2.829	2.884	2.9.41	**3**
2.974	3.037	3.102	3.170	3.240	3.312	3.387	3.465	3..546	3.630	3.717	3.808	3.902	**4**
3.517	3.605	3.696	3.791	3.890	3.993	4.100	4.212	4.329	4.452	4.580	4.713	4.853	**5**
3.998	4.111	4.231	4.355	4.486	4.623	4.766	4.917	5.076	5.242	5.417	5.601	5.795	**6**
4.423	4.564	4.712	4.868	5.033	5.206	5.389	5.582	5.786	6.002	6.230	6.472	6.728	**7**
4.799	4.968	5.146	5.3a5	5.535	5.747	5.971	6.210	6.463	6.733	7.020	7.325	7.652	**8**
5.132	5.328	5.537	5.759	5.995	6.247	6.515	6.802	7.108	7.435	7.785	8.162	8.566	**9**
5.426	5.650	5.889	6.145	6.418	8.710	7.024	7-360	7.722	8.111	8.530	8.983	9.471	**10**
5.687	5.938	6.207	6.495	6.805	7.139	7.499	7.887	8.306	8.760	9.253	9.787	10.368	**11**
5.918	6.194	6.492	6.814	7.161	7.536	7.943	8.384	8.853	9.385	9.954	10.575	11.255	**12**
6.122	6.424	6.750	0.290	7.487	7.904	8.358	8.853	9.394	9.986	10.635	11.348	12.134	**13**
6.302	6.628	6.982	7.367	7.786	8.244	8.745	9.295	9.899	10..563	11.296	12.106	13.004	**14**
6.462	6.811	7.191	0.290	0.326	8.559	9.108	9.712	10.380	11.118	11.938	12.849	13.865	**15**
6.604	6.974	7.379	7.824	8.312	8.851	9.447	10.106	10.838	11.652	12.561	13.578	14.718	**16**
6.729	7.120	7.549	8.022	8.544	9.122	9.763	10.477	11.274	12.166	13.166	14.292	15.562	**17**
6.840	7.250	7.702	8.201	8.756	9.372	10.059	10.828	11.690	12.659	13.75.4	14.992	16.398	**18**
6.938	7.366	7.839	8.365	8.950	9.604	10.336	11.15.8	12.085	13.134	14.324	15.678	17.226	**19**
7.025	7.469	7.963	8.514	9.128	9.818	10.594	11.470	12.462	13.590	14.877	16.351	18.0.46	**20**

40%	36%	32%	28%	24%	20%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	الفترة
0.714	0.735	0.758	0.781	0.806	0.833	0.840	0.847	0.855	0.862	0.870	0.877	1
1.224	1.276	1.332	1.392	1.457	1.528	1.547	1.566	1.585	1.605	1.626	1.647	2
1.589	1.674	1.766	1.866	1.981	2.106	2.140	2.174	2.210	2.246	2.283	2.322	3
1.849	1.966	2.096	2.241	2.404	2.589	2.639	2.690	2.743	2.798	2.855	2.914	4
2.035	2.181	2.345	2.532	2.745	2.991	3.058	3.127	3.199	3.274	3.352	3.433	5
2.168	2.399	2.534	2.759	3.020	3.326	3.410	3.498	3.589	3.685	3.784	3.889	6
2.263	2.455	2.678	2.937	3.242	3.605	3.706	3.812	3.922	4.039	4.160	4.288	7
2.331	2.540	2.786	3.076	3.421	3.837	3.954	4.078	4.207	4.34.4	4.487	4.639	8
2.379	2.603	2.868	3.184	3.566	4.031	4.163	4.303	4.451	4.607	4.772	4.946	9
2.414	2.650	2.930	3.269	3.682	4.193	4.339	4.494	4.659	4.883	5.019	5.216	10
2.438	2.6B3	2.978	3.335	3.776	4.327	4.466	4.656	4.836	5.029	5.23.4	5.453	11
2.456	2.708	3.013	3.387	3.851	4.439	4.611	4.793	4.988	5.197	5.421	5.660	12
2.469	2.727	3.040	3.427	3.912	4.533	4.715	4.910	5.118	5.342	5.583	5.842	13
2.478	2.740	3.061	3.459	3.962	4.611	4.802	5.008	5.229	5.468	5.724	6.002	14
2.484	2.750	3.076	3.483	4.001	4.675	4.876	5.092	5.324	5.575	5.847	6.142	15
2.489	2.758	3.088	3.503	4.033	4.730	4.938	5.162	5.405	5..669	5.954	6.265	16
2.492	2.763	3.097	3.518	4.059	4.775	4.990	5.222	5.475	5.749	6.047	5.373	17
2.494	2.767	3.104	3.529	4.080	4.812	5.033	5.273	5.534	5.818	6.128	6.467	18
2.496	2.770	3.109	3.539	4.097	4.844	5.070	5.316	5.584	5.877	6.198	6.550	19
2.497	2.772	3.113	3.546	4.110	4.870	5.101	5.353	5.628	5.929	6.259	6.623	20

جداول اللوغاريتمات

0.6020600	4.00	**0.4771213**	3.00	**0.3010300**	2.00			**0.00000000**	1.000
0.6031444	4.01	**0.4785665**	3.01	**0.3031961**	2.01			**0.00043408**	1.001
0.6042261	4.02	**0.4800069**	3.02	**0.3053514**	2.02			**0.00086772**	1.002
0.6053050	4.03	**0.4814426**	3.03	**0.3074960**	2.03			**0.00130093**	1.003
0.6063814	4.04	**0.4828736**	3.04	**0.3096302**	2.04			**0.00173371**	1.004
0.6074550	4.05	**0.4842998**	3.05	**0.3117539**	2.05			**0.00216606**	1.005
0.6085260	4.06	**0.4857214**	3.06	**0.3138672**	2.06			**0.00259798**	1.006
0.6095944	4.07	**0.4871384**	3.07	**0.3159703**	2.07			**0.00302947**	1.007
0.6106602	4.08	**0.4885507**	3.08	**0.3180633**	2.08			**0.00346053**	1.008
0.6117233	4.09	**0.4899585**	3.09	**0.3201463**	2.09			**0.00389117**	1.009
0.6127839	4.10	**0.4913617**	3.10	**0.3222193**	2.10	**0.0413927**	1.10	**0.00432137**	1.010
0.6138418	4.11	**0.4927604**	3.11	**0.3242825**	2.11	**0.0453230**	1.11	**0.00475116**	1.011
0.6148972	4.12	**0.4941546**	3.12	**0.3263359**	2.12	**0.0492180**	1.12	**0.00518051**	1.012
0.6159501	4.13	**0.4955443**	3.13	**0.3283796**	2.13	**0.0530784**	1.13	**0.00560945**	1.013
0.6170003	4.14	**0.4969296**	3.14	**0.3304138**	2.14	**0.0569049**	1.14	**0.00603795**	1.014
0.6180481	4.15	**0.4983106**	3.15	**0.3324385**	2.15	**0.0606978**	1.15	**0.00646604**	1.015
0.6190933	4.16	**0.4996871**	3.16	**0.3344538**	2.16	**0.0644580**	1.16	**0.00689371**	1.016
0.6201361	4.17	**0.5010593**	3.17	**0.3364597**	2.17	**0.0681859**	1.17	**0.00732095**	1.017
0.6211763	4.18	**0.5024271**	3.18	**0.3384565**	2.18	**0.0718820**	1.18	**0.00774778**	1.018
0.6222140	4.19	**0.5037907**	3.19	**0.3404441**	2.19	**0.0755470**	1.19	**0.00817418**	1.019
0.6232493	4.20	**0.5051500**	3.20	**0.3424227**	2.20	**0.0791812**	1.20	**0.00860017**	1.020
0.6242821	4.21	**0.5065050**	3.21	**0.3443923**	2.21	**0.0827854**	1.21	**0.00902574**	1.021
0.6253125	4.22	**0.5078559**	3.22	**0.3463530**	2.22	**0.0863598**	1.22	**0.00945090**	1.022
0.6263404	4.23	**0.5092025**	3.23	**0.3483049**	2.23	**0.0899051**	1.23	**0.00987563**	1.023
0.6273659	4.24	**0.5105450**	3.24	**0.3502480**	2.24	**0.0934217**	1.24	**0.01029996**	1.024
0.6283889	4.25	**0.5118834**	3.25	**0.3521825**	2.25	**0.0969100**	1.25	**0.01072387**	1.025
0.6294096	4.26	**0.5132176**	3.26	**0.3541084**	2.26	**0.1003705**	1.26	**0.01114736**	1.026
0.6304279	4.27	**0.5145478**	3.27	**0.3560259**	2.27	**0.1038037**	1.27	**0.01157044**	1.027
0.6314438	4.28	**0.5158738**	3.28	**0.3579348**	2.28	**0.1072100**	1.28	**0.01199311**	1.028
0.6324573	4.29	**0.5171959**	3.29	**0.3598355**	2.29	**0.1105897**	1.29	**0.01241537**	1.029
0.6334685	4.30	**0.5185139**	3.30	**0.3617278**	2.30	**0.1139434**	1.30	**0.01283722**	1.030
0.6344773	4.31	**0.5198280**	3.31	**0.3636120**	2.31	**0.1172713**	1.31	**0.01325867**	1.031
0.6354837	4.32	**0.5211381**	3.32	**0.3654880**	2.32	**0.1205739**	1.32	**0.01367970**	1.032
0.6364879	4.33	**0.5224442**	3.33	**0.3673559**	2.33	**0.1238516**	1.33	**0.01410032**	1.033
0.6374897	4.34	**0.5237465**	3.34	**0.3692159**	2.34	**0.1271048**	1.34	**0.01452054**	1.034
0.6384893	4.35	**0.5250448**	3.35	**0.3710679**	2.35	**0.1303338**	1.35	**0.01494035**	1.035
0.6394865	4.36	**0.5263393**	3.36	**0.3729120**	2.36	**0.1335389**	1.36	**0.01535976**	1.036
0.6404814	4.37	**0.5276299**	3.37	**0.3747483**	2.37	**0.1367206**	1.37	**0.01577876**	1.037
0.6414741	4.38	**0.5289167**	3.38	**0.3765770**	2.38	**0.1398791**	1.38	**0.01619735**	1.038
0.6424645	4.39	**0.5301997**	3.39	**0.3783979**	2.39	**0.1430148**	1.39	**0.01661555**	1.039
0.6434527	4.40	**0.5314789**	3.40	**0.3802112**	2.40	**0.1461280**	1.40	**0.01703334**	1.040
0.6444386	4.41	**0.5327544**	3.41	**0.3820170**	2.41	**0.1492191**	1.41	**0.01745073**	1.041
0.6454223	4.42	**0.5340261**	3.42	**0.3838154**	2.42	**0.1522883**	1.42	**0.01786772**	1.042
0.6464037	4.43	**0.5352941**	3.43	**0.3856063**	2.43	**0.1553360**	1.43	**0.01828431**	1.043
0.6473830	4.44	**0.5365584**	3.44	**0.3873898**	2.44	**0.1583625**	1.44	**0.01870050**	1.044
0.6483600	4.45	**0.5378191**	3.45	**0.3891661**	2.45	**0.1613680**	1.45	**0.01911629**	1.045
0.6493349	4.46	**0.5390761**	3.46	**0.3909351**	2.46	**0.1643529**	1.46	**0.01953168**	1.046
0.6503075	4.47	**0.5403295**	3.47	**0.3926970**	2.47	**0.1673173**	1.47	**0.01994668**	1.047
0.6512780	4.48	**0.5415792**	3.48	**0.3944517**	2.48	**0.1702617**	1.48	**0.02036128**	1.048
0.6522463	4.49	**0.5428254**	3.49	**0.3961993**	2.49	**0.1731863**	1.49	**0.02077549**	1.049
0.6532125	4.50	**0.5440680**	3.50	**0.3979400**	2.50	**0.1760913**	1.50	**0.02118930**	1.050
0.6541765	4.51	**0.5453071**	3.51	**0.3996737**	2.51	**0.1789769**	1.51	**0.02160272**	1.051
0.6551384	4.52	**0.5465427**	3.52	**0.4014005**	2.52	**0.1818436**	1.52	**0.02201574**	1.052
0.6560982	4.53	**0.5477747**	3.53	**0.4031205**	2.53	**0.1846914**	1.53	**0.02242837**	1.053
0.6570559	4.54	**0.5490033**	3.54	**0.4048337**	2.54	**0.1875207**	1.54	**0.02284061**	1.054

0.6580114	4.55	**0.5502284**	3.55	**0.4065402**	2.55	**0.1903317**	1.55	**0.02325246**	1.055
0.6589648	4.56	**0.5514500**	3.56	**0.4082400**	2.56	**0.1931246**	1.56	**0.02366392**	1.056
0.6599162	4.57	**0.5526682**	3.57	**0.4099331**	2.57	**0.1958997**	1.57	**0.02407499**	1.057
0.6608655	4.58	**0.5538830**	3.58	**0.4116197**	2.58	**0.1986571**	1.58	**0.02448567**	1.058
0.6618127	4.59	**0.5550944**	3.59	**0.4132998**	2.59	**0.2013971**	1.59	**0.02489596**	1.059
0.6627578	4.60	**0.5563025**	3.60	**0.4149733**	2.60	**0.2041200**	1.60	**0.02530587**	1.060
0.6637009	4.61	**0.5575072**	3.61	**0.4166405**	2.61	**0.2068259**	1.61	**0.02571538**	1.061
0.6646420	4.62	**0.5587086**	3.62	**0.4183013**	2.62	**0.2095150**	1.62	**0.02612452**	1.062
0.6655810	4.63	**0.5599066**	3.63	**0.4199557**	2.63	**0.2121876**	1.63	**0.02653326**	1.063
0.6665180	4.64	**0.5611014**	3.64	**0.4216039**	2.64	**0.2148438**	1.64	**0.02694163**	1.064
0.6674530	4.65	**0.5622929**	3.65	**0.4232459**	2.65	**0.2174839**	1.65	**0.02734961**	1.065
0.6683859	4.66	**0.5634811**	3.66	**0.4248816**	2.66	**0.2201081**	1.66	**0.02775720**	1.066
0.6693169	4.67	**0.5646661**	3.67	**0.4265113**	2.67	**0.2227165**	1.67	**0.02816442**	1.067
0.6702459	4.68	**0.5658478**	3.68	**0.4281348**	2.68	**0.2253093**	1.68	**0.02857125**	1.068
0.6711728	4.69	**0.5670264**	3.69	**0.4297523**	2.69	**0.2278867**	1.69	**0.02897771**	1.069
0.6720979	4.70	**0.5682017**	3.70	**0.4313638**	2.70	**0.2304489**	1.70	**0.02938378**	1.070
0.6730209	4.71	**0.5693739**	3.71	**0.4329693**	2.71	**0.2329961**	1.71	**0.02978947**	1.071
0.6739420	4.72	**0.5705429**	3.72	**0.4345689**	2.72	**0.2355284**	1.72	**0.03019479**	1.072
0.6748611	4.73	**0.5717088**	3.73	**0.4361626**	2.73	**0.2380461**	1.73	**0.03059972**	1.073
0.6757783	4.74	**0.5728716**	3.74	**0.4377506**	2.74	**0.2405492**	1.74	**0.03100428**	1.074
0.6766936	4.75	**0.5740313**	3.75	**0.4393327**	2.75	**0.2430380**	1.75	**0.03140846**	1.075
0.6776070	4.76	**0.5751878**	3.76	**0.4409091**	2.76	**0.2455127**	1.76	**0.03181227**	1.076
0.6785184	4.77	**0.5763414**	3.77	**0.4424798**	2.77	**0.2479733**	1.77	**0.03221570**	1.077
0.6794279	4.78	**0.5774918**	3.78	**0.4440448**	2.78	**0.2504200**	1.78	**0.03261876**	1.078
0.6803355	4.79	**0.5786392**	3.79	**0.4456042**	2.79	**0.2528530**	1.79	**0.03302144**	1.079
0.6812412	4.80	**0.5797836**	3.80	**0.4471580**	2.80	**0.2552725**	1.80	**0.03342376**	1.080
0.6821451	4.81	**0.5809250**	3.81	**0.4487063**	2.81	**0.2576786**	1.81	**0.03382569**	1.081
0.6830470	4.82	**0.5820634**	3.82	**0.4502491**	2.82	**0.2600714**	1.82	**0.03422726**	1.082
0.6839471	4.83	**0.5831988**	3.83	**0.4517864**	2.83	**0.2624511**	1.83	**0.03462846**	1.083
0.6848454	4.84	**0.5843312**	3.84	**0.4533183**	2.84	**0.2648178**	1.84	**0.03502928**	1.084
0.6857417	4.85	**0.5854607**	3.85	**0.4548449**	2.85	**0.2671717**	1.85	**0.03542974**	1.085
0.6866363	4.86	**0.5865873**	3.86	**0.4563660**	2.86	**0.2695129**	1.86	**0.03582983**	1.086
0.6875290	4.87	**0.5877110**	3.87	**0.4578819**	2.87	**0.2718416**	1.87	**0.03622954**	1.087
0.6884198	4.88	**0.5888317**	3.88	**0.4593925**	2.88	**0.2741578**	1.88	**0.03662890**	1.088
0.6893089	4.89	**0.5899496**	3.89	**0.4608978**	2.89	**0.2764618**	1.89	**0.03702788**	1.089
0.6901961	4.90	**0.5910646**	3.90	**0.4623980**	2.90	**0.2787536**	1.90	**0.03742650**	1.090
0.6910815	4.91	**0.5921768**	3.91	**0.4638930**	2.91	**0.2810334**	1.91	**0.03782475**	1.091
0.6919651	4.92	**0.5932861**	3.92	**0.4653829**	2.92	**0.2833012**	1.92	**0.03822264**	1.092
0.6928469	4.93	**0.5943926**	3.93	**0.4668676**	2.93	**0.2855573**	1.93	**0.03862016**	1.093
0.6937269	4.94	**0.5954962**	3.94	**0.4683473**	2.94	**0.2878017**	1.94	**0.03901732**	1.094
0.6946052	4.95	**0.5965971**	3.95	**0.4698220**	2.95	**0.2900346**	1.95	**0.03941412**	1.095
0.6954817	4.96	**0.5976952**	3.96	**0.4712917**	2.96	**0.2922561**	1.96	**0.03981055**	1.096
0.6963564	4.97	**0.5987905**	3.97	**0.4727564**	2.97	**0.2944662**	1.97	**0.04020663**	1.097
0.6972293	4.98	**0.5998831**	3.98	**0.4742163**	2.98	**0.2966652**	1.98	**0.04060234**	1.098
0.6981005	4.99	**0.6009729**	3.99	**0.4756712**	2.99	**0.2988531**	1.99	**0.04099769**	1.099

تكملة جداول اللوغاريتمات

0.9542425	9.00	**0.9030900**	8.00	**0.8450980**	7.00	**0.7781513**	6.00	**0.6989700**	5.00
0.9547248	9.01	**0.9036325**	8.01	**0.8457180**	7.01	**0.7788745**	6.01	**0.6998377**	5.01
0.9552065	9.02	**0.9041744**	8.02	**0.8463371**	7.02	**0.7795965**	6.02	**0.7007037**	5.02
0.9556878	9.03	**0.9047155**	8.03	**0.8469553**	7.03	**0.7803173**	6.03	**0.7015680**	5.03
0.9561684	9.04	**0.9052560**	8.04	**0.8475727**	7.04	**0.7810369**	6.04	**0.7024305**	5.04
0.9566486	9.05	**0.9057959**	8.05	**0.8481891**	7.05	**0.7817554**	6.05	**0.7032914**	5.05
0.9571282	9.06	**0.9063350**	8.06	**0.8488047**	7.06	**0.7824726**	6.06	**0.7041505**	5.06
0.9576073	9.07	**0.9068735**	8.07	**0.8494194**	7.07	**0.7831887**	6.07	**0.7050080**	5.07
0.9580858	9.08	**0.9074114**	8.08	**0.8500333**	7.08	**0.7839036**	6.08	**0.7058637**	5.08
0.9585639	9.09	**0.9079485**	8.09	**0.8506462**	7.09	**0.7846173**	6.09	**0.7067178**	5.09
0.9590414	9.10	**0.9084850**	8.10	**0.8512583**	7.10	**0.7853298**	6.10	**0.7075702**	5.10

0.9595184	9.11	**0.9090209**	8.11	**0.8518696**	7.11	**0.7860412**	6.11	**0.7084209**	5.11
0.9599948	9.12	**0.9095560**	8.12	**0.8524800**	7.12	**0.7867514**	6.12	**0.7092700**	5.12
0.9604708	9.13	**0.9100905**	8.13	**0.8530895**	7.13	**0.7874605**	6.13	**0.7101174**	5.13
0.9609462	9.14	**0.9106244**	8.14	**0.8536982**	7.14	**0.7881684**	6.14	**0.7109631**	5.14
0.9614211	9.15	**0.9111576**	8.15	**0.8543060**	7.15	**0.7888751**	6.15	**0.7118072**	5.15
0.9618955	9.16	**0.9116902**	8.16	**0.8549130**	7.16	**0.7895807**	6.16	**0.7126497**	5.16
0.9623693	9.17	**0.9122221**	8.17	**0.8555192**	7.17	**0.7902852**	6.17	**0.7134905**	5.17
0.9628427	9.18	**0.9127533**	8.18	**0.8561244**	7.18	**0.7909885**	6.18	**0.7143298**	5.18
0.9633155	9.19	**0.9132839**	8.19	**0.8567289**	7.19	**0.7916906**	6.19	**0.7151674**	5.19
0.9637878	9.20	**0.9138139**	8.20	**0.8573325**	7.20	**0.7923917**	6.20	**0.7160033**	5.20
0.9642596	9.21	**0.9143432**	8.21	**0.8579353**	7.21	**0.7930916**	6.21	**0.7168377**	5.21
0.9647309	9.22	**0.9148718**	8.22	**0.8585372**	7.22	**0.7937904**	6.22	**0.7176705**	5.22
0.9652017	9.23	**0.9153998**	8.23	**0.8591383**	7.23	**0.7944880**	6.23	**0.7185017**	5.23
0.9656720	9.24	**0.9159272**	8.24	**0.8597386**	7.24	**0.7951846**	6.24	**0.7193313**	5.24
0.9661417	9.25	**0.9164539**	8.25	**0.8603380**	7.25	**0.7958800**	6.25	**0.7201593**	5.25
0.9666110	9.26	**0.9169800**	8.26	**0.8609366**	7.26	**0.7965743**	6.26	**0.7209857**	5.26
0.9670797	9.27	**0.9175055**	8.27	**0.8615344**	7.27	**0.7972675**	6.27	**0.7218106**	5.27
0.9675480	9.28	**0.9180303**	8.28	**0.8621314**	7.28	**0.7979596**	6.28	**0.7226339**	5.28
0.9680157	9.29	**0.9185545**	8.29	**0.8627275**	7.29	**0.7986506**	6.29	**0.7234557**	5.29
0.9684829	9.30	**0.9190781**	8.30	**0.8633229**	7.30	**0.7993405**	6.30	**0.7242759**	5.30
0.9689497	9.31	**0.9196010**	8.31	**0.8639174**	7.31	**0.8000294**	6.31	**0.7250945**	5.31
0.9694159	9.32	**0.9201233**	8.32	**0.8645111**	7.32	**0.8007171**	6.32	**0.7259116**	5.32
0.9698816	9.33	**0.9206450**	8.33	**0.8651040**	7.33	**0.8014037**	6.33	**0.7267272**	5.33
0.9703469	9.34	**0.9211661**	8.34	**0.8656961**	7.34	**0.8020893**	6.34	**0.7275413**	5.34
0.9708116	9.35	**0.9216865**	8.35	**0.8662873**	7.35	**0.8027737**	6.35	**0.7283538**	5.35
0.9712758	9.36	**0.9222063**	8.36	**0.8668778**	7.36	**0.8034571**	6.36	**0.7291648**	5.36
0.9717396	9.37	**0.9227255**	8.37	**0.8674675**	7.37	**0.8041394**	6.37	**0.7299743**	5.37
0.9722028	9.38	**0.9232440**	8.38	**0.8680564**	7.38	**0.8048207**	6.38	**0.7307823**	5.38
0.9726656	9.39	**0.9237620**	8.39	**0.8686444**	7.39	**0.8055009**	6.39	**0.7315888**	5.39
0.9731279	9.40	**0.9242793**	8.40	**0.8692317**	7.40	**0.8061800**	6.40	**0.7323938**	5.40
0.9735896	9.41	**0.9247960**	8.41	**0.8698182**	7.41	**0.8068580**	6.41	**0.7331973**	5.41
0.9740509	9.42	**0.9253121**	8.42	**0.8704039**	7.42	**0.8075350**	6.42	**0.7339993**	5.42
0.9745117	9.43	**0.9258276**	8.43	**0.8709888**	7.43	**0.8082110**	6.43	**0.7347998**	5.43
0.9749720	9.44	**0.9263424**	8.44	**0.8715729**	7.44	**0.8088859**	6.44	**0.7355989**	5.44
0.9754318	9.45	**0.9268567**	8.45	**0.8721563**	7.45	**0.8095597**	6.45	**0.7363965**	5.45
0.9758911	9.46	**0.9273704**	8.46	**0.8727388**	7.46	**0.8102325**	6.46	**0.7371926**	5.46
0.9763500	9.47	**0.9278834**	8.47	**0.8733206**	7.47	**0.8109043**	6.47	**0.7379873**	5.47
0.9768083	9.48	**0.9283959**	8.48	**0.8739016**	7.48	**0.8115750**	6.48	**0.7387806**	5.48
0.9772662	9.49	**0.9289077**	8.49	**0.8744818**	7.49	**0.8122447**	6.49	**0.7395723**	5.49
0.9777236	9.50	**0.9294189**	8.50	**0.8750613**	7.50	**0.8129134**	6.50	**0.7403627**	5.50
0.9781805	9.51	**0.9299296**	8.51	**0.8756399**	7.51	**0.8135810**	6.51	**0.7411516**	5.51
0.9786369	9.52	**0.9304396**	8.52	**0.8762178**	7.52	**0.8142476**	6.52	**0.7419391**	5.52
0.9790929	9.53	**0.9309490**	8.53	**0.8767950**	7.53	**0.8149132**	6.53	**0.7427251**	5.53
0.9795484	9.54	**0.9314579**	8.54	**0.8773713**	7.54	**0.8155777**	6.54	**0.7435098**	5.54
0.9800034	9.55	**0.9319661**	8.55	**0.8779470**	7.55	**0.8162413**	6.55	**0.7442930**	5.55
0.9804579	9.56	**0.9324738**	8.56	**0.8785218**	7.56	**0.8169038**	6.56	**0.7450748**	5.56
0.9809119	9.57	**0.9329808**	8.57	**0.8790959**	7.57	**0.8175654**	6.57	**0.7458552**	5.57
0.9813655	9.58	**0.9334873**	8.58	**0.8796692**	7.58	**0.8182259**	6.58	**0.7466342**	5.58
0.9818186	9.59	**0.9339932**	8.59	**0.8802418**	7.59	**0.8188854**	6.59	**0.7474118**	5.59
0.9822712	9.60	**0.9344985**	8.60	**0.8808136**	7.60	**0.8195439**	6.60	**0.7481880**	5.60
0.9827234	9.61	**0.9350032**	8.61	**0.8813847**	7.61	**0.8202015**	6.61	**0.7489629**	5.61
0.9831751	9.62	**0.9355073**	8.62	**0.8819550**	7.62	**0.8208580**	6.62	**0.7497363**	5.62
0.9836263	9.63	**0.9360108**	8.63	**0.8825245**	7.63	**0.8215135**	6.63	**0.7505084**	5.63
0.9840770	9.64	**0.9365137**	8.64	**0.8830934**	7.64	**0.8221681**	6.64	**0.7512791**	5.64
0.9845273	9.65	**0.9370161**	8.65	**0.8836614**	7.65	**0.8228216**	6.65	**0.7520484**	5.65
0.9849771	9.66	**0.9375179**	8.66	**0.8842288**	7.66	**0.8234742**	6.66	**0.7528164**	5.66
0.9854265	9.67	**0.9380191**	8.67	**0.8847954**	7.67	**0.8241258**	6.67	**0.7535831**	5.67

0.9858754	9.68	**0.9385197**	8.68	**0.8853612**	7.68	**0.8247765**	6.68	**0.7543483**	5.68
0.9863238	9.69	**0.9390198**	8.69	**0.8859263**	7.69	**0.8254261**	6.69	**0.7551123**	5.69
0.9867717	9.70	**0.9395193**	8.70	**0.8864907**	7.70	**0.8260748**	6.70	**0.7558749**	5.70
0.9872192	9.71	**0.9400182**	8.71	**0.8870544**	7.71	**0.8267225**	6.71	**0.7566361**	5.71
0.9876663	9.72	**0.9405165**	8.72	**0.8876173**	7.72	**0.8273693**	6.72	**0.7573960**	5.72
0.9881128	9.73	**0.9410142**	8.73	**0.8881795**	7.73	**0.8280151**	6.73	**0.7581546**	5.73
0.9885590	9.74	**0.9415114**	8.74	**0.8887410**	7.74	**0.8286599**	6.74	**0.7589119**	5.74
0.9890046	9.75	**0.9420081**	8.75	**0.8893017**	7.75	**0.8293038**	6.75	**0.7596678**	5.75
0.9894498	9.76	**0.9425041**	8.76	**0.8898617**	7.76	**0.8299467**	6.76	**0.7604225**	5.76
0.9898946	9.77	**0.9429996**	8.77	**0.8904210**	7.77	**0.8305887**	6.77	**0.7611758**	5.77
0.9903389	9.78	**0.9434945**	8.78	**0.8909796**	7.78	**0.8312297**	6.78	**0.7619278**	5.78
0.9907827	9.79	**0.9439889**	8.79	**0.8915375**	7.79	**0.8318698**	6.79	**0.7626786**	5.79
0.9912261	9.80	**0.9444827**	8.80	**0.8920946**	7.80	**0.8325089**	6.80	**0.7634280**	5.80
0.9916690	9.81	**0.9449759**	8.81	**0.8926510**	7.81	**0.8331471**	6.81	**0.7641761**	5.81
0.9921115	9.82	**0.9454686**	8.82	**0.8932068**	7.82	**0.8337844**	6.82	**0.7649230**	5.82
0.9925535	9.83	**0.9459607**	8.83	**0.8937618**	7.83	**0.8344207**	6.83	**0.7656686**	5.83
0.9929951	9.84	**0.9464523**	8.84	**0.8943161**	7.84	**0.8350561**	6.84	**0.7664128**	5.84
0.9934362	9.85	**0.9469433**	8.85	**0.8948697**	7.85	**0.8356906**	6.85	**0.7671559**	5.85
0.9938769	9.86	**0.9474337**	8.86	**0.8954225**	7.86	**0.8363241**	6.86	**0.7678976**	5.86
0.9943172	9.87	**0.9479236**	8.87	**0.8959747**	7.87	**0.8369567**	6.87	**0.7686381**	5.87
0.9947569	9.88	**0.9484130**	8.88	**0.8965262**	7.88	**0.8375884**	6.88	**0.7693773**	5.88
0.9951963	9.89	**0.9489018**	8.89	**0.8970770**	7.89	**0.8382192**	6.89	**0.7701153**	5.89
0.9956352	9.90	**0.9493900**	8.90	**0.8976271**	7.90	**0.8388491**	6.90	**0.7708520**	5.90
0.9960737	9.91	**0.9498777**	8.91	**0.8981765**	7.91	**0.8394780**	6.91	**0.7715875**	5.91
0.9965117	9.92	**0.9503649**	8.92	**0.8987252**	7.92	**0.8401061**	6.92	**0.7723217**	5.92
0.9969492	9.93	**0.9508515**	8.93	**0.8992732**	7.93	**0.8407332**	6.93	**0.7730547**	5.93
0.9973864	9.94	**0.9513375**	8.94	**0.8998205**	7.94	**0.8413595**	6.94	**0.7737864**	5.94
0.9978231	9.95	**0.9518230**	8.95	**0.9003671**	7.95	**0.8419848**	6.95	**0.7745170**	5.95
0.9982593	9.96	**0.9523080**	8.96	**0.9009131**	7.96	**0.8426092**	6.96	**0.7752463**	5.96
0.9986952	9.97	**0.9527924**	8.97	**0.9014583**	7.97	**0.8432328**	6.97	**0.7759743**	5.97
0.9991305	9.98	**0.9532763**	8.98	**0.9020029**	7.98	**0.8438554**	6.98	**0.7767012**	5.98
0.9995655	9.99	**0.9537597**	8.99	**0.9025468**	7.99	**0.8444772**	6.99	**0.7774268**	5.99

جزء من جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
1021	1019	1016	1014	1012	1009	1007	1005	1002	1000	0.00
1045	1042	1040	1038	1025	1033	1030	1028	1026	1023	0.01
1069	1067	1064	1062	1059	1057	1054	1052	1050	1047	0.02
1094	1091	1089	1086	1084	1081	1079	1026	1074	1072	0.03
1119	1117	1114	1112	1109	1107	1104	1102	1099	1096	0.04
1146	1143	1140	1138	1135	1132	1130	1127	1125	1123	0.05
1172	1169	1167	1164	1161	1159	1156	1153	1151	1148	0.06
1199	1197	1194	1191	1189	1186	1183	1180	1178	1175	0.07
1227	1225	1222	1219	1216	1213	1211	1208	1205	1202	0.08
1256	1252	1250	1247	1245	1243	1239	1236	1233	1230	0.09
1285	1283	1279	1276	1274	1271	1268	1265	1262	1259	0.10
1315	1312	1309	1306	1303	1300	1297	1294	1291	1298	0.11
1346	1342	1340	1337	1334	1330	1321	1324	1321	1318	0.12
1377	1374	1371	1368	1365	1361	1368	1355	1352	1349	0.13
1409	1406	1403	1400	1396	1393	1390	1387	1284	1380	0.14
1443	1439	1435	1432	1429	1426	1423	1419	1416	1413	0.15
1476	1472	1469	1466	1462	1450	1455	1452	1449	1440	0.16
1510	1507	1503	1500	1496	1463	1489	1486	1483	1469	0.17
1545	1542	1538	1535	1531	1528	1524	1531	1517	1504	0.18
1581	1578	1574	1570	1567	1563	1560	1556	1552	1549	0.19
1618	1614	1611	1607	1600	1600	1596	1592	1589	1585	0.20
1656	1652	1648	1644	1671	1637	16633	1629	1636	1622	0.21
1694	1690	1687	1683	1679	1675	1671	1667	1663	1610	0.22
1734	1730	1726	1722	1718	1714	1710	1706	1703	1678	0.23
1774	1770	1766	1762	1758	1754	1750	1746	1743	1728	0.24
1816	1811	1807	1803	1799	1795	1791	1786	1782	1778	0.25
1858	1854	1849	1845	1841	1837	1832	1828	1824	1820	0.26
1901	1897	1892	1888	1884	1879	1875	1871	1866	1862	0.27
1945	1941	1936	1932	1928	1923	1919	1914	1910	1905	0.28
1991	1986	1982	1977	1972	1968	1963	1959	1954	1950	0.29
2037	2032	2028	2023	2018	2014	2009	2004	2000	1995	0.30
2084	2080	2075	2070	2065	2061	2056	2051	2046	2042	0.31
2133	2128	2123	2118	2113	2109	2104	2099	2094	2089	0.32
2183	2178	2173	2168	2163	2158	2153	2148	2143	2138	0.33
2234	2228	2223	2218	2212	3208	2203	2198	2193	2188	0.34
2286	2280	2275	2270	2265	3259	2254	2249	2244	2239	0.35
2339	2333	2328	2323	2317	2312	2307	2301	2296	2291	0.36
2393	2388	2382	2377	2371	2366	2360	2355	2350	2344	0.37
2449	2443	2438	2432	2427	2421	2415	2410	2404	2399	0.38
2506	2500	2495	2489	2483	2477	2472	2466	2460	2455	0.39
2564	2559	2553	2547	2541	2535	2529	2523	2518	2512	0.40
2624	2618	2612	2606	2600	2594	2588	2583	2576	2570	0.41
2685	2679	2673	2667	2661	2655	2649	2642	2636	2630	0.42
2748	2742	2735	2729	2723	2716	2710	2704	2698	2693	0.43
2812	2805	2799	2793	2786	2780	2773	2767	2761	2754	0.44
2877	2871	2864	2858	2851	2844	2838	2831	2825	2808	0.45
2944	2938	2931	2924	2917	2911	2904	2897	2891	2884	0.46
3013	3006	2999	2992	2985	2979	2972	2965	2958	2951	0.47
3083	3076	3069	3062	3055	3048	3041	3034	3027	3010	0.48
3155	3148	3141	3133	3126	3119	3112	3105	3097	3090	0.49
3228	3221	3214	3206	3199	3192	3184	3177	3170	3162	0.50